

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO  
ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL – UNIJUÍ**

**Maira Tanise De Vlieger**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO  
MATEMÁTICO APLICADO AO PROBLEMA DE  
COBERTURA DE ÁREA EM REDES SEM FIO**

**Ijuí, RS - BRASIL.**

**2013**

Maira Tanise De Vlieger

Desenvolvimento de um Modelo Matemático  
Aplicado ao Problema de Cobertura de Área em  
Redes Sem Fio

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - Unijuí - como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Modelagem Matemática.

Sandro Sawicki, Dsc.

Orientador

Paulo Sérgio Sausen, Dsc.

Co-Orientador

Ijuí, RS - Brasil

Maira Tanise De Vlieger, Abril de 2013

## Agradecimentos

A Deus por mais esta conquista, pelas boas oportunidades e momentos felizes de minha vida.

A minha família, em especial aos meus pais Delto e Maria Helena, os quais não mediram esforços para proporcionar minha formação acadêmica. Obrigada pela confiança, pelo incentivo e apoio.

Ao meu namorado Marcelo, pela ajuda e incentivo nos estudos. Obrigada pela confiança, compreensão e carinho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Sandro Sawicki, pelos conhecimentos, ensinamentos, orientação, dedicação, compreensão e paciência nesta caminhada, também pelo exemplo profissional.

Aos professores em especial a Prof. Dra. Airam Sausen e o Prof. Ciro Reckziegel, pelo auxílio e apoio nos estudos referentes a esta dissertação.

Aos meus colegas e amigos do curso de Modelagem Matemática. Obrigada pelo incentivo nos momentos difíceis, pela amizade e boa convivência. Levo comigo boas lembranças de todos vocês.

A CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal em Nível Superior pelo apoio concedido na realização desta pesquisa.

À UNIJUÍ - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul e ao DCEEng - Departamento de Ciências Exatas e Engenharias pela oportunidade de realização do Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática e, em especial à secretária Geni, pela dedicação, atenção, amizade e disposição sempre prontamente a nos atender.

A todos os demais que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

*“Nossas dúvidas são traidoras e nos fazem perder o que, com frequência, poderíamos ganhar, por simples medo de arriscar.”*

*“O sábio não se senta para lamentar-se, mas se põe alegremente em sua tarefa de consertar o dano feito.”*

*William Shakespeare*

## Resumo

O crescimento expressivo de dispositivos móveis e serviços associados, aliado a busca constante pela informação, seja ela pessoal ou empresarial cria um novo paradigma, a Internet Móvel. Dispositivos móveis como *tablets* e celulares, obtiveram crescimento de 300% na participação de acessos à Internet brasileira entre maio de 2011 e maio de 2012. Este percentual atingiu cerca de 2,4% do tráfego total de dados no Brasil. É importante observar a oportunidade e tendência de crescimento desta proporção para os próximos anos, pois países como Estados Unidos e Reino Unido já ultrapassaram a barreira dos 10%, atingindo 10,9% e 13% respectivamente. Já a infraestrutura empregada nas tecnologias de comunicação está em constante evolução. Assim, para se tirar proveito de todas essas facilidades oferecidas pelos dispositivos móveis e portáteis é necessário que a maioria dos locais possua cobertura de sinal. Baseado nesta premissa e nos dados apresentados, este trabalho objetiva desenvolver um modelo matemático capaz de calcular a área de cobertura do sinal das antenas omnidirecionais. Para os experimentos utiliza-se a metaheurística *Simulated Annealing* com o objetivo de validar o modelo matemático proposto. A metodologia de avaliação desta metaheurística foi adaptada para ser executada no modo clássico e também no modo guloso (*Greedy*). Foram elaboradas três estratégias de perturbação nominadas de simples, livre e baseadas em *Unit Disk Graph* (UDG). O modelo desenvolvido permite que a metaheurística atue com antenas de diferentes alcances. Desenvolveu-se uma ferramenta computacional em Linguagem C++ que incorporou todos os cenários das simulações, métodos de avaliação *Greedy* e Clássico, estratégias de perturbação e interface gráfica. Os resultados experimentais mostram que o modelo de cobertura de sinal proposto auxilia na convergência da metaheurística em ambas as metodologias, SA Clássica e *Greedy*.

Palavras-chave: Redes Wireless, Metaheurísticas, Antenas Omnidirecionais, Modelagem Matemática.

## Abstract

The expressive growth of mobile devices and associated services, combined with the constant search for information, being it personal or business creates a new paradigm, the mobile Internet. Mobile devices like tablets and mobile phones, have achieved growth of 300% in the participation of Brazilian internet access between May 2011 and May 2012. This percentage reached approximately 2.4% of the total traffic of data in Brazil. It is important to note the opportunity and growth trend in this ratio over the coming years, as countries like United States and United Kingdom have already exceeded the 10% barrier, reaching 10.9% and 13% respectively. On the other hand, the infrastructure used in the communication technology is constantly improving. So, to take advantage of all these facilities provided by mobile and portable devices it is necessary that most of the locations have signal coverage. Based on that premise and on the data presented, this paper develops a mathematical model to calculate the area of signal coverage of the antennas. In order to develop the experiments the Simulated Annealing metaheurística is used with the purpose of finding the physical positions of the antennas in a given plan. So, it tries to avoid wasting time with on-the-spot deployment by means of computer simulation of real environments. The metaheurística evaluation methodology has been adapted to run in classic mode and also in greedy (Greedy). There were prepared three strategies of disturbance called simple, free and based on *Unit Disk Graph* (UDG). The model developed allows the metaheurística act with different range antennas. There was developed a computational tool in C++ language that incorporates all of the simulations, Greedy evaluation methods and classical perturbation strategies SA and graphical interface. The experimental results show that the proposed signal coverage model assists in the convergence of metaheurística in both methodologies, SA and Greedy.

Key-Words: Wireless networking, Mathematical Modeling, Metaheuristics, omnidirectional antennas.

# Sumário

<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>9</b>
<b>Lista de Tabelas .....</b>	<b>11</b>
<b>Lista de Abreviaturas.....</b>	<b>12</b>
<b>Lista de Símbolos .....</b>	<b>13</b>
<b>1. Apresentação da Dissertação .....</b>	<b>15</b>
1.1 Introdução .....	15
1.2 Motivação .....	16
1.3 Objetivos.....	17
1.3.1 Objetivo Geral .....	17
1.3.2 Objetivos Específicos .....	17
1.4 Contribuições.....	18
1.5 Organização do Trabalho.....	19
<b>2. Comunicação Sem Fio .....</b>	<b>20</b>
2.1. Introdução .....	20
2.2 Antenas .....	21
2.3 Propagação de Sinal das Antenas .....	22
2.4 Redes baseadas em Infraestrutura.....	24
2.5 Redes Ad-Hoc.....	26
2.6 Padrão IEEE 802 .....	27
2.7. Resumo .....	30
<b>3. Trabalhos Relacionados .....</b>	<b>31</b>
3.1 Introdução.....	31
3.2 Pontos de demanda pré-definidos.....	31
3.3 Redes de Sensores sem Fio.....	35
3.4 Resumo .....	38
<b>4. Tratabilidade de Problemas .....</b>	<b>39</b>
4.1 Introdução .....	39
4.2 Classes de Problemas.....	41
4.3 Formas de Solucionar Problemas Complexos .....	42
4.4 Metaheurística <i>Simulated Annealing</i> .....	45
4.4.1 Características.....	46
4.4.2 Etapas de Funcionamento da Metaheurística <i>Simulated Annealing</i> .....	48
4.5 Resumo .....	50
<b>5. Modelagem Matemática e Computacional.....</b>	<b>52</b>

5.1 Restrições e Formulação do Problema .....	52
5.2 O Modelo Matemático para a Cobertura de Sinais.....	53
5.2.1 Área de Cobertura.....	54
5.3 Validação do Modelo Matemático .....	62
5.3.1. Cenários .....	62
5.3.2 Metaheurística e Estratégias de Avaliação Utilizadas.....	65
5.3.2.1 Solução Inicial .....	66
5.3.2.2 Perturbações.....	66
5.3.2.3 Função Custo .....	66
5.3.2.4 Função de Avaliação .....	67
5.3.2.5 Desfazer Perturbação .....	67
5.3.2.6 Temperatura Inicial.....	68
5.3.2.7 Tamanho do Problema.....	68
5.3.3 Estudo da Complexidade .....	68
5.4 Resultados Experimentais.....	69
5.5 Resumo .....	84
<b>6. Conclusões e Trabalhos Futuros .....</b>	<b>86</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>89</b>
<b>Anexo A – Relatório Final do Posicionamento das Antenas.....</b>	<b>93</b>
<b>Anexo B – Publicações Relacionadas com a Dissertação .....</b>	<b>95</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1: Tipos de antenas e seus ângulos de convergência. Fonte: Peres (2010).	23
Figura 2.2: Redes sem fio com infraestrutura. Fonte: Pinheiro (2005).	25
Figura 2.3: Redes sem fio <i>Ad Hoc</i> . Fonte: Pinheiro (2005).	26
Figura 3.1: Ilustração do teorema 3. Fonte: Wang e Zhang (2009).	36
Figura 3.2: Ilustração do problema de Wang e Zhang. Fonte: Wang e Zhang (2009).	36
Figura 3.3: Ilustração da diferença entre a área de círculos e a área de triângulos. Fonte: Negahdar et. al. (2008).	37
Figura 4.1: Comportamento de algumas funções matemáticas perante o valor das constantes. Fonte: Johann (1997).	40
Figura 4.2: Relações entre as classes de problemas. Fonte: Johann (1997).	42
Figura 4.3: Estratégia do S.A. para fugir de um mínimo local. Fonte: Blume (2002).	48
Figura 4.4: Diagrama de blocos do funcionamento da metaheurística Simulated Annealing.	49
Figura 5.1: Alguns posicionamentos na distribuição de até 3 antenas. Fonte: Wang e Zhang (2009).	53
Figura 5.2: Representação de posições aleatórias de antenas representadas por círculos.	55
Figura 5.3: Antena Isolada.	56
Figura 5.4: Agrupamento de Antenas.	56
Figura 5.5: Agrupamento de antenas considerando a área de ocupação.	57
Figura 5.6: Área efetiva da nuvem considerando as informações necessárias para o cálculo da área de cobertura.	58
Figura 5.7: Intersecção entre a equação da reta e a equação da circunferência.	60
Figura 5.8: Ponto de intersecção entre duas retas.	61
Figura 5.9: Posição inicial das antenas (sobreposição) e início da dispersão.	65
Figura 5.10: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação simples.	70
Figura 5.11: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação simples.	71
Figura 5.12: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação livre.	72
Figura 5.13: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação livre.	73
Figura 5.14: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação baseada em UDG.	74
Figura 5.15: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação baseada em UDG.	75
Figura 5.16: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação simples com raios diferentes.	76
Figura 5.17: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação simples com raios diferentes.	77
Figura 5.18: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação livre com raios diferentes.	78
Figura 5.19: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação livre com raios diferentes.	79
Figura 5.20: Comparativo entre os cenários 1, 2 e 3, utilizando a média dos resultados de cobertura alcançados e a área efetiva das antenas.	81
Figura 5.21: Comparativo entre os cenários 4 e 5, utilizando a média dos resultados de cobertura alcançados e a área efetiva das antenas.	82

Figura 5.22: Posicionamento inicial e final de 35 antenas com raios iguais, perturbação simples, método greedy.....	83
Figura 5.23: Posicionamento inicial e final de 35 antenas com raios diferentes, perturbação simples e método SA clássico.....	83

## Lista de Tabelas

Tabela 5.1: Especificação dos cenários para se avaliar a convergência da metaheurística Simulated Annealing. ....	63
Tabela 5.2: Dados experimentais da área de cobertura (m <sup>2</sup> ) do cenário 1 - raios iguais, perturbação simples e estratégias Greedy e SA Clássica. ....	69
Tabela 5.3: Dados experimentais da área de cobertura (m <sup>2</sup> ) do cenário 2 - raios iguais, perturbação livre e estratégias Greedy e SA Clássica. ....	71
Tabela 5.4: Dados experimentais da área de cobertura (m <sup>2</sup> ) do cenário 3 - raios iguais, perturbação baseada em UDG e estratégias Greedy e SA Clássica. ....	73
Tabela 5.5: Dados experimentais da área de cobertura (m <sup>2</sup> ) do cenário 4 - raios diferentes, perturbação simples e estratégias Greedy e SA Clássica. ....	75
Tabela 5.6: Dados experimentais da área de cobertura (m <sup>2</sup> ) do cenário 5 - raios diferentes, perturbação livre e estratégias Greedy e SA Clássica. ....	77
Tabela 5.7: Representação das médias de área de cobertura (m <sup>2</sup> ) para todos os cenários. ....	79
Tabela 5.8: Área de cobertura efetiva (m <sup>2</sup> ) considerando o posicionamento das antenas sem sobreposições. ....	80

## Lista de Abreviaturas

IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
PDA	<i>Personal Digital Assistant</i>
SA	<i>Simulated Annealing</i>
mW	Miliwatts
dB	Decibel
dBi	Decibéis
GHz	Gigahertz
RF	Radiofrequência
AP	<i>Access Point</i>
Anatel	Agência Nacional de Telecomunicações
BSA	<i>Basic Service Area</i>
ESA	<i>Extended Service Area</i>
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i>
UDG	<i>Unit Disk Graph</i>
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
2D	Duas dimensões, Bidimensional
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
P	<i>Polynomial</i>
NP	<i>Non-Deterministic</i>
NPC	<i>Non-Deterministic Complete</i>
NP-Hard	<i>Non-Deterministic Polynomial-Time Hard</i>

## Lista de Símbolos

$r$	Raio
$AI$	Área de uma antena isolada
$\overline{AI}$	Somatório das áreas das antenas isoladas
$u$	Quantidade de antenas isoladas
$A_1$	Área considerando as funções $F(x)$ superiores ao ponto de corte até o eixo $x$
$F(x)_i$	Funções acima do ponto de corte
$n$	Quantidade de funções acima do ponto de corte
$A_2$	Área considerando as funções $G(x)$ inferiores ao ponto de corte até o eixo $x$
$G(x)_j$	Funções abaixo do ponto de corte
$m$	Quantidade de funções abaixo do ponto de corte
$AN$	Área de uma nuvem
$\overline{AN}$	Somatório das áreas das nuvens
$s$	Quantidade de nuvens
$AC$	Área de cobertura considerando o posicionamento de todas as antenas
$AF$	Área que falta cobrir
$AT$	Área total a ser coberta
$[a, b]$	Limite de integração
$(a_1, b_1)$	Centro da circunferência
$c, c_1, c_2$	Coefficiente angular da reta
$d, d_1, d_2$	Coefficiente linear da reta
$A$	Matriz dos coeficientes reais
$\vec{x}$	Representa as incógnitas da equação
$b$	Matriz dos termos independentes
$T$	Tempo

$\delta$	Operador delta (diferença entre a solução atual e anterior)
$g(\delta, T)$	Função de aceite
$e$	Exponencial
$F(x)$	Função de segundo grau
$m, n, p$	Coefficientes reais da função 2º grau
$(z_1, w_1)$	Primeiro ponto de intersecção de cada curva
$(z_2, w_2)$	Ponto intermediário entre os pontos de intersecção
$(z_3, w_3)$	Segundo ponto de intersecção de cada curva

## 1. Apresentação da Dissertação

### 1.1 Introdução

Percebe-se que nos últimos anos a indústria da comunicação móvel vem se desenvolvendo em ritmo acelerado. Não somente no ramo da telefonia, mas em tecnologias com suporte à mobilidade em geral. Isso tornou-se possível devido ao avanço tecnológico dos circuitos digitais e de radiofrequência, das pesquisas envolvendo circuitos integrados e da miniaturização dos dispositivos como um todo. Esses fatores contribuíram para a disseminação desses equipamentos, além disso, tornaram-se menores, mais confiáveis, com interfaces mais inteligentes e, principalmente, mais baratos. Sendo, desta forma, necessário o auxílio e o desenvolvimento, em larga escala, de redes de comunicação sem fios.

O crescimento expressivo de dispositivos móveis e serviços associados, aliado a busca constante pela informação, seja ela pessoal ou empresarial cria um novo paradigma, a Internet Móvel. A infraestrutura empregada nas tecnologias de comunicação está em constante evolução. Assim, para se tirar proveito de todas essas facilidades oferecidas pelos dispositivos móveis é necessário que a maioria dos locais possua cobertura de sinal. É visível a praticidade de uma rede de comunicação sem fio em comparação a redes cabeáveis. A cobertura de sinal que proporciona essa comunicação é tão importante quanto, por exemplo, o tempo da bateria de um *notebook*. De nada adianta um equipamento em que a bateria permaneça horas em atividade, se a mobilidade proposta por esse dispositivo não ocorre pelo simples fato de ficar preso a um cabo.

Atualmente, as redes sem fio padrão IEEE 802 (Gast e Loukides, 2002), estão espalhadas nos mais diversos lugares (escritórios, bares, restaurantes, parques, entre outros) facilitando o acesso à rede por parte dos usuários. A instalação deste tipo de rede em pequenos ambientes é uma tarefa relativamente simples, pois normalmente deseja-se cobertura total do local e apenas um equipamento já é suficiente para essa cobertura.

Ao mesmo tempo em que propicia mobilidade, as transmissões sem fio passam barreiras físicas como paredes e móveis. Se por um lado isso interfere na qualidade do sinal e prejudica a recepção, por outro lado o sinal pode se propagar para fora da área desejada caracterizando problemas de segurança.

A implantação de redes sem fio em ambientes complexos demanda a análise de diferentes variáveis, tais como, múltiplos pontos de acesso, espessura das paredes,

interferências eletromagnéticas, número de usuários, restrições de cobertura (áreas que não devem ser cobertas ou locais onde o sinal não deve “vazar”), entre outros.

Atualmente, não existe uma metodologia específica no posicionamento das antenas. Este processo é realizado in loco, por meio de tentativa e erro, tornando necessário percorrer todo o espaço físico da área que se queira cobrir e, somente através de algumas medições e reclamações dos usuários que se consegue fazer os ajustes necessários para uma boa cobertura.

Em vista disso, este trabalho busca descrever as potencialidades das redes sem fio, direcionando seu foco para o problema de cobertura de sinal. Além disso, propõe um modelo matemático para se calcular a área de cobertura e uma ferramenta automática para o posicionamento de antenas, baseado na metaheurística *Simulated Annealing* (Metropolis et al, 1953).

## 1.2 Motivação

Durante a *MMA Mobile Day* em São Paulo, uma pesquisa divulgada pela *Internet Technology Company – comScore* (COMSCORE, 2012), mostrou que os dispositivos móveis como *tablets* e celulares, obtiveram crescimento de 300% na participação de acessos à internet brasileira entre maio de 2011 e maio de 2012. Este percentual atingiu cerca de 2,4% do tráfego total de dados no Brasil. É importante observar a oportunidade e tendência de crescimento desta proporção para os próximos anos, pois países como Estados Unidos e Reino Unido já ultrapassaram a barreira dos 10%, atingindo 10,9% e 13% respectivamente (BLANC, 2012).

Entre os dispositivos móveis, os celulares foram responsáveis por 54,6% dos acessos e os *tablets* por 43,4%. O destaque para os *tablets* que obtiveram crescimento de 10%, enquanto os *smartphones* sofreram queda de 5,8% em relação ao ano de 2011 (BLANC, 2012). Esses dados mostram claramente que o impacto social da comunicação sem fios tem sido muito intenso. A comunicação sem fios representa hoje uma grande parcela da troca de dados, tanto em ambientes domésticos, quanto corporativos. A mobilidade e a flexibilidade no acesso são, normalmente, os principais objetivos dos usuários quando se utiliza uma estrutura de redes sem fios. A mobilidade mantém a conectividade mesmo em movimento. Já a flexibilidade torna livre a necessidade de uma estrutura de cabeamento, possibilitando que inúmeras estações operem dentro da mesma rede.

Por outro lado, a operação dos dispositivos móveis necessita, exclusivamente, da cobertura de sinal. Para isso, a instalação de infraestruturas de redes sem fio passa a ser fundamental. Entretanto, a implantação não é uma tarefa simples quando se tem ambientes complexos, ou seja, locais que possuam barreiras físicas que dificultam a passagem e a qualidade do sinal, pois torna necessário um estudo detalhado do ambiente antes do posicionamento das antenas, o que dificilmente ocorre, sendo o processo realizado *in loco* por meio de tentativa e erro. Este trabalho propõe o desenvolvimento de um modelo matemático para determinar a área de cobertura dos sinais das antenas.

### 1.3 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são apresentados nesta seção. Para melhor compreensão, dividiu-se os objetivos em Objetivo Geral e Específicos, os quais são detalhados a seguir.

#### 1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo matemático que calcule a área de cobertura dos sinais gerados a partir da posição das antenas omnidirecionais sem considerar a interferência ou o bloqueio da propagação de sinal. Este modelo será validado utilizando a Metaheurística *Simulated Annealing*, a qual irá avaliá-lo por meio de duas estratégias; clássica e *greedy*. Busca-se, neste caso, encontrar a convergência da cobertura para a validação do modelo matemático proposto.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos

Busca-se alcançar o Objetivo Geral deste trabalho, por meio dos seguintes Objetivos Específicos:

- a) Levantamento bibliográfico envolvendo as formas de comunicação sem fio em geral;
- b) Estudo acerca do estado-da-arte, trabalhos relacionados;
- c) Estudar a propagação de sinal das antenas em geral;
- d) Estudar a funcionalidade e aplicabilidade das diferentes metaheurísticas;

- e) Estudar a tratabilidade de problemas e sua complexidade computacional, classes P, NP, NP – Completo e NP – Difícil;
- f) Definir as restrições do problema;
- g) Desenvolver um modelo matemático que encontre a área de cobertura das antenas;
- h) Aplicar a Metaheurística *Simulated Annealing* com o objetivo de validar o modelo matemático proposto, além de: determinar a solução inicial do problema; desenvolver diferentes estratégias para a função de perturbação, aplicar o modelo matemático na função de custo; definir o tamanho do problema; estudar os métodos de avaliação dessa metaheurística; determinar uma estratégia para desfazer a perturbação;
- i) Desenvolver uma Ferramenta computacional que gere as posições físicas das antenas, capaz de validar o modelo matemático proposto;
- j) Criar diferentes cenários de avaliação, envolvendo o número de antenas, propagação do sinal (raio), tamanho da área a ser coberta, estratégias de perturbação e métodos de avaliação;
- k) Realizar os experimentos baseados nos diferentes cenários, analisando a convergência da metaheurística *Simulated Annealing* perante a área de cobertura encontrada pelo modelo matemático.

#### 1.4 Contribuições

A seguir são apresentadas as principais contribuições no desenvolvimento deste trabalho:

- a) Desenvolvimento de um modelo matemático para se encontrar a área de cobertura dos sinais gerados pelas antenas;
- b) Desenvolvimento de uma Ferramenta para o posicionamento automático das antenas;
- c) Desenvolvimento de um modelo computacional empregado na metaheurística *Simulated Annealing* com duas formas de avaliação, SA Clássica e *Greedy*;
- d) Desenvolvimento de diferentes estratégias de perturbação, sendo elas, simples, livre e baseada em UDG;

- e) Possibilidade de calcular a área de cobertura de sinal mesmo utilizando antenas de diferentes alcances.

## 1.5 Organização do Trabalho

Esta dissertação está organizada em 6 capítulos, os quais abordam temas relevantes para o desenvolvimento deste estudo.

No Capítulo 2 são relacionadas as principais propriedades e características presentes na comunicação sem fio, os tipos de antenas com suas respectivas formas de transmissão de sinal, redes *Ad-Hoc*, redes baseadas em infraestrutura, assim como, o padrão IEEE 802. O Capítulo 3 apresenta os trabalhos relacionados a esta pesquisa (estado-da-arte). Busca-se compreender o problema de cobertura de sinal por meio do estudo de diferentes abordagens. O Capítulo 4 descreve as diferentes formas de se tratar problemas complexos. Aborda-se a complexidade computacional e diferentes metaheurísticas, entre elas *Simulated Annealing*, base da solução proposta.

No Capítulo 5 é descrita a modelagem matemática do problema, as restrições, a formulação, assim como a equação que calcula a área de cobertura das antenas. É apresentada também a modelagem computacional, estratégias de perturbação e metodologias de avaliação. Os cenários para as simulações e análises dos resultados também são apresentados neste capítulo. Finalmente, no Capítulo 6 são discutidas as conclusões e os trabalhos futuros.

## 2. Comunicação Sem Fio

Neste capítulo é apresentada a importância e a praticidade da utilização da comunicação sem fio quando comparada com as redes cabeadas. É realizada uma caracterização das antenas quanto aos tipos e formas de propagação de sinal. Destaca as redes baseadas em infraestrutura, redes *Ad-Hoc* e o padrão IEEE 802. Mostra a importância da comunicação sem fio no contexto social atual e destaca a necessidade da cobertura de sinal para a realização de tarefas do cotidiano.

### 2.1 Introdução

Os equipamentos e instrumentos com tecnologia sem fio, como computadores de mesa, computadores portáteis, telefones celulares, *tablets*, *Personal Digital Assistant* (PDAs) entre outros, estão presentes no dia-a-dia das pessoas, tanto no trabalho como no lazer. Isso ocorre, pois são capazes de atender a vários objetivos, como por exemplo: acessar e-mail pelo próprio aparelho celular; conectar-se a internet com os computadores portáteis através de estações instaladas em locais públicos; se comunicar com as pessoas estando conectado a internet; se manter atualizado, informado e tudo isso com muita praticidade e mobilidade.

As redes sem fio (*wireless*) quando comparadas com as redes cabeadas, se destacam pela sua mobilidade, facilidade e rapidez de implantação, flexibilidade e baixo custo (GAST e LOUKIDES, 2002), sendo estas as principais características das redes sem fio. Ao contrário das redes cabeadas que utilizam como meio de transmissão de dados, por exemplo, fios de cobre ou fibra ótica, as redes sem fio segundo Sousa (2002) se referem “a todo tipo de conexão efetuada sem fios como transmissão de dados via rádio digital, redes locais sem cabeamento físico que utilizam infravermelho ou frequências de micro-ondas para conexão entre seus nós, telefonia celular e outros”.

Este tipo de rede não surgiu com o intuito de substituir as redes cabeadas, mas sim para completá-las. Muitas vezes as redes sem fio são utilizadas para ampliar/estender uma rede cabeada. Sua aplicação se estende principalmente em locais que impossibilitam a distribuição por cabos, em ambientes internos permitindo maior flexibilidade para mudanças, expansão ou alteração do ambiente.

Santos (2007) destaca algumas vantagens na utilização das redes sem fio, como:

- Redução no tempo de instalação;

- Fácil planejamento, pois não exige cabeamento prévio e as redes *Ad-Hoc* não exigem planejamento algum;
- Instalação em áreas de difícil cabeamento;
- Maior confiabilidade e robustez, pois elas são capazes de resistir a desastres;
- Estética devido à ausência de cabos;
- Flexibilidade, pois tanto os receptores quanto os emissores podem ser colocados em qualquer lugar;
- Diminuição do custo de infraestrutura.

Mas além destas vantagens, as redes sem fio segundo Santos (2007), também apresentam algumas desvantagens, como:

- Baixa qualidade de serviço, pois apresentam altas taxas de erros;
- Restrições no uso de frequências;
- Interferência do sinal de rádio, pois pode ocorrer vulnerabilidade a ruídos atmosféricos e transmissões de outros sistemas;
- Segurança, baixa privacidade e intrusão, congestionamento da estação-base.

## 2.2 Antenas

São elementos básicos para a comunicação sem fios. Seu objetivo é converter uma corrente elétrica em uma onda de radiofrequência e vice-versa. Com a aceleração ou a desaceleração dos elétrons ocorre a radiação, formada por um campo magnético e um campo elétrico, originando uma onda eletromagnética, comumente conhecida como onda de radiofrequência.

Assim, quando uma onda eletromagnética atinge uma antena, ocorre a aceleração ou desaceleração dos elétrons, este efeito gera uma corrente elétrica com as mesmas características da corrente original.

A potência do sinal elétrico é medida em *miliwatts* (mw) e o sinal de radiofrequência tem sua potência expressa em decibel (dB). O dB é a unidade que representa a relação entre duas potências expressas em *miliwatts* (GAST, 2002).

## 2.3 Propagação de Sinal das Antenas

As redes sem fio ou redes *wireless*, utilizam para o seu funcionamento o protocolo 802.11 o qual é definido pelo IEEE (Instituto dos Engenheiros Elétricos e Eletrônicos). Este protocolo apresenta diversos padrões como, 802.11a, 802.11b, 802.11g, entre vários outros, utilizados no acesso a internet. Segundo Siliprande e Cortes (2008), estas redes utilizam para a transmissão e recepção das informações ondas de rádio, isto tanto em ambientes fechados (*indoor*) ou abertos (*outdoor*). As ondas de rádio são vistas como campos eletromagnéticos que são irradiados pela antena para o espectro. Estas ondas possuem o formato de círculos, os quais vão aumentando seu raio à medida que se afastam da antena, ao mesmo tempo em que vão perdendo sua potência.

Considerando uma rede *wireless*, um dos principais dispositivos para o bom funcionamento desta rede é a antena. Para Medeiros (2005) citado por Siliprande e Cortes (2008), a antena nada mais é do que um dispositivo utilizado para irradiar ondas eletromagnéticas para o espectro e para captá-las durante a recepção. Durante a transmissão a antena converte a corrente elétrica em onda eletromagnética, que durante a recepção é novamente convertida em corrente elétrica. Segundo Rios e Perri (1982) sem as antenas torna-se impossível a radiocomunicação.

A direção em que as ondas são propagadas vai depender do tipo de antena a ser utilizada, pode-se ter antenas omnidirecionais, semi-direcionais (setoriais) ou direcionais de acordo com Selada (2008). Na Figura 2.1 são ilustrados os três tipos de antenas considerando seus ângulos de cobertura.

As antenas omnidirecionais propagam sinal em quase todas as direções, como são do tipo vertical, propagam em 360° em um feixe horizontal e não 360° verticalmente, obtendo, desta forma, uma área de cobertura no formato de um elipsoide e não de uma esfera. Sua estrutura esta fundamentada em uma antena isotrópica, esta se caracteriza por irradiar ou propagar seu sinal igualmente em todas as direções. Os diagramas de irradiação tanto vertical quanto horizontal possuem o formato de uma circunferência, sendo no espaço tridimensional equivalente a uma esfera. Pode-se comparar esta antena com uma lâmpada que ilumina igualmente em todas as direções. A antena isotrópica seria o modelo ideal de antena, mas a mesma existe somente na teoria, pois não existe antena ideal, na verdade sua finalidade é servir como padrão de referência na medição de outras antenas. (MARTINS, 2003)

A antena dipolo é uma antena omnidirecional, é a mais comum de ser encontrada e de ser projetada, devido a isso, esta presente em vários dos pontos de acesso. Ela propaga sinal igualmente em torno de seu eixo.

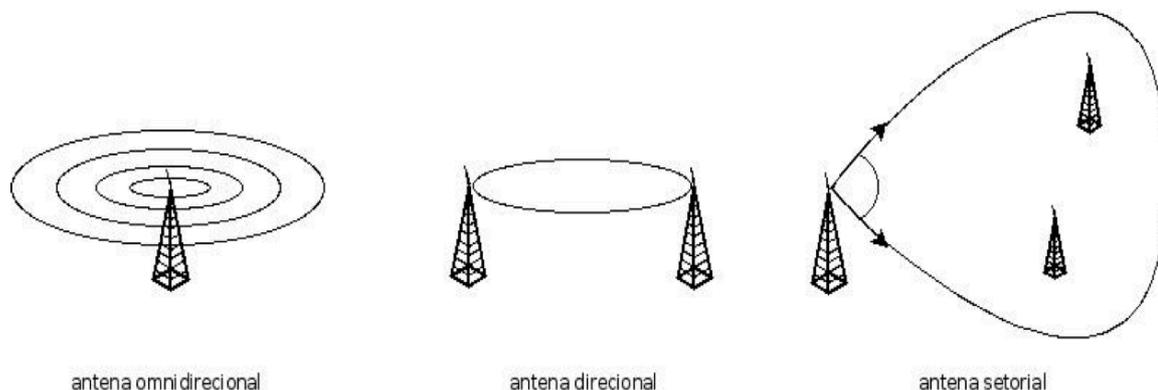


Figura 2.1: Tipos de antenas e seus ângulos de convergência. Fonte: Peres (2010).

Antena do tipo semi-direcional também conhecida como setorial, concentra a propagação do sinal numa determinada direção, sendo assim, utilizada para cobrir áreas extensas em comprimento, podendo também ser usada em conjunto com outras antenas semi-direcionais para melhorar a cobertura.

Já uma antena direcional, segundo Martins (2003) é aquela que propaga sinal em uma única direção, seria como compará-la com uma lanterna que ilumina somente uma parte, um feixe ou compará-la com uma antena parabólica a qual esta direcionada a um satélite. Os sinais transmitidos podem ser tanto curto e amplo, quanto longo e estreito, mas pode-se concluir que quanto mais estreito o sinal, maior será a distância que ele alcançará.

Segundo Siliprande e Cortes (2008) é preciso levar em conta outros fatores ao se trabalhar com antenas que se utilizam de radiofrequências, como:

*Diagramas de irradiação:* Este diagrama mostra a forma que a energia irradiada se propaga no espaço, com ela pode-se deduzir a quantidade de energia recebida ou transmitida numa dada direção (RIOS e PERRI, 1982).

*Ganho:* Segundo Rios e Perri (1982), o ganho determina o quanto uma antena é melhor que a outra, ou seja, qual possui maior potência, maior quantidade de energia irradiada, aspectos fundamentais na hora de escolher a antena ideal para um dado serviço. Siliprande e Cortes (2008) dizem que “quanto maior o ganho da antena, mais estreito é o feixe de radiação e mais longe conseguiremos levar o sinal, de forma que mais potência é entregue ao destino em longas distâncias”, portanto o ganho determina o quanto se consegue aumentar o sinal em

uma determinada direção. O ganho é expresso em dBi, representando os decibéis relativos a uma antena isotrópica.

*Atenuação da onda no espaço livre:* trata-se da perda de propagação do sinal, a mesma é determinada pela relação entre a potência recebida e a potência transmitida. Esta perda ocorre, pois uma parte da potência se dispersa pelo espaço. A equação abaixo pode ser utilizada para calcular a perda no espaço livre,

$$L_{fs} = 20 \text{Log} \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right). \quad (2.1)$$

Onde,

$L_{fs}$  = perda no espaço livre (dB);

$d$  = distância em metros;

$\lambda$  = comprimento de onda.

*Potência do sinal recebido:* O cálculo da potência recebida é feito a partir do valor da atenuação do espaço livre, potência transmitida e ganho unitário das antenas (transmissora e receptora), conforme a equação abaixo, a qual também é conhecida por equação de Friis (FLEMING, 2001; MEDEIROS, 2005 in SILIPRANDE e CORTES, 2008),

$$P_r(d) = P_t + G_t + G_r - L_{fs} - L. \quad (2.2)$$

Onde,

$P_r$  = potência recebida em dBm;

$P_t$  = potência transmitida em dBm;

$G_t$  = ganho da antena transmissora;

$G_r$  = ganho da antena receptora;

$L_{fs}$  = atenuação no espaço livre;

$L$  = outras atenuações consideradas no sistema.

## 2.4 Redes baseadas em Infraestrutura

O padrão 802 além da topologia *Ad-Hoc* possui também a topologia infraestrutura. Em uma rede sem fio com infraestrutura “a transferência de dados acontece sempre entre uma estação e um ponto de acesso – AP (*Access Point*)”. Os APs são nós especiais responsáveis pela captura e retransmissão das mensagens enviadas pelas estações. A transferência de dados

nunca ocorre diretamente entre duas estações” (MAUDONET, 2007). Esta estrutura pode ser comparada com a topologia em estrela, onde o elemento central neste caso é o AP, pois ele controla e transmite as informações pela rede, ou seja, faz a ligação entre o segmento sem fio e o restante da rede. Um exemplo de rede sem fio baseada em infraestrutura é a rede telefônica pública, assim como a rede local de uma empresa.

As estações citadas anteriormente se referem aos dispositivos computacionais com interface de rede sem fio, como por exemplo, *notebooks*, *laptops* ou celulares. Cada uma destas estações podem estar associadas a somente um ponto de acesso por vez, como ilustrado na Figura 2.2.

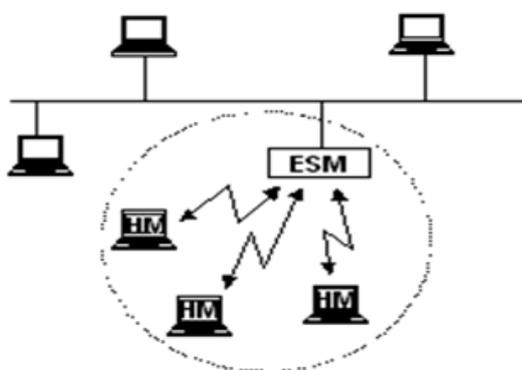


Figura 2.2: Redes sem fio com infraestrutura. Fonte: Pinheiro (2005).

Vasconcelos (2002) coloca que em uma rede sem fio multi-célula (com infraestrutura), é preciso que haja a interconexão entre múltiplas células, onde a infraestrutura é representada pelos pontos de acesso e pelo sistema de distribuição que faz a ligação entre eles. Além disso, fornece recursos que permite que esta rede se interligue com outras redes. É importante destacar que uma rede com infraestrutura não interliga apenas redes sem fio, ela também permite interligar redes sem fio com redes cabeadas.

Quanto ao meio de propagação *wireless* entre as estações e o ponto de acesso, ele ocorre pelo ar através das ondas de rádio ou infravermelho. De acordo com Machado e Pedroso (2005) um transmissor que se encontra dentro do ponto de acesso faz a emissão de sinal de radiofrequência à antena, esta faz a propagação do sinal através do ar. A antena também pode operar no sentido inverso capturando o sinal de radiofrequência do ar e os disponibilizando ao receptor.

A propagação das ondas de rádio entre um transmissor e um receptor pode sofrer alguns efeitos como, reflexão, difração e espelhamento. Mas em nosso trabalho considera-se a

propagação no espaço livre, que na teoria significa o vácuo, onde o trajeto é limpo e desobstruído, neste caso o sinal propagado não sofrerá alterações (CASTRO, 2010).

## 2.5 Redes Ad-Hoc

No caso das redes sem fio *Ad Hoc*, Pinheiro (2005) destaca que “os dispositivos são capazes de trocar informações diretamente entre si”. Onde não há a necessidade de pontos de acesso, pois os nós dependem uns dos outros para que a rede permaneça conectada. Deste modo, estas redes são utilizadas principalmente quando não se tem uma rede fixa.

A palavra *Ad Hoc* para Vasconcelos (2002) “significa funcionamento independente. No contexto das redes 802, significa uma simplificação atribuída ao sistema de comunicação sem fio, em que se configura a comunicação independente de estações que fazem parte de uma mesma célula”. Este tipo de rede opera em períodos curtos, pois é projetada para tornar simples e rápido o processo de estabelecimento e dissolução da rede.

Para Maudonet (2007), considerando ainda as redes *Ad Hoc*, “Uma estação A só pode se comunicar com uma estação B se esta estiver dentro do raio de ação de A ou se existir uma ou mais estações entre A e B que possam encaminhar a mensagem. Entende-se por raio de ação a área de cobertura de uma estação”. Um exemplo de rede *Ad-Hoc* pode ser visto na Figura 2.3.

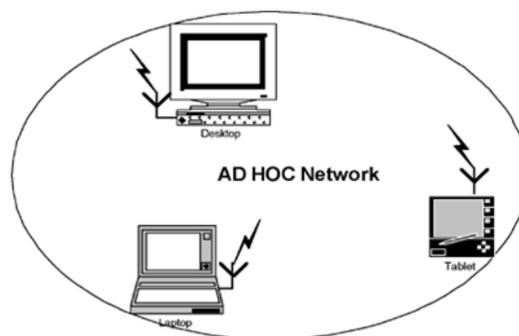


Figura 2.3: Redes sem fio *Ad Hoc*. Fonte: Pinheiro (2005).

As redes *Ad Hoc* ao serem comparadas com as redes sem fio com infraestrutura e até mesmo com as redes cabeadas, possuem algumas vantagens como, por exemplo, uma rápida instalação, pois não necessitam previamente de uma rede cabeada ou de uma infraestrutura instalada; tolerância a falhas, pois permitem que perdas de conectividade entre os nós possam ser resolvidas facilmente com a criação de uma nova rota; conectividade, onde os nós se

comunicam diretamente com a condição de que cada um dos nós esteja na área de alcance do outro. Vale destacar também, algumas desvantagens como, por exemplo, roteamento, sendo a construção de algoritmos de roteamento um dos principais desafios neste tipo de rede; localização, pois não há informações sobre o posicionamento dos nós; taxa de erros, neste caso é mais elevada se comparada com os enlaces das redes estruturadas (PINHEIRO, 2005).

Quanto à questão segurança, sabe-se que o sinal das redes sem fio se propaga, muitas vezes, para fora da área desejada, o mesmo pode ser usado por intrusos. As redes sem fio *Ad-Hoc* são mais vulneráveis a ataques tanto ativos quanto passivos, isso ocorre, porque a complexidade dos protocolos deste tipo de rede não permite que esses ataques sejam facilmente detectados, diferente das redes com infraestrutura. Os ataques passivos são os mais comuns e mais maliciosos do que os ativos. (MOHAPATRA, 2005 citado por CORRÊA et.al. 2006)

Entende-se por ataque passivo aquele em que o invasor analisa o tráfego na expectativa de obter algumas informações, ele não realiza modificações na rede e devido a isso é mais difícil de ser detectado. Já o ataque ativo ocorre quando o invasor tem acesso a rede e realiza modificações na mensagem que esta sendo transmitida naquele momento, neste caso é mais fácil detectar o intruso mas nem sempre se consegue-se impedi-lo.

Portanto é necessário cuidado em relação a segurança nas redes sem fio, o padrão IEEE 802 fornece um tipo de segurança através de dois métodos: criptografia e autenticação. No método de criptografia se oferece o mesmo nível de segurança das redes convencionais. Já no processo de autenticação, é verificado se uma estação esta autorizada a comunicar-se com outra estação em uma determinada área de cobertura. (MACHADO E PEDROSO, 2005)

## 2.6 Padrão IEEE 802

A IEEE 802 é uma norma que busca definir um padrão para redes locais e metropolitanas. Enquadram-se diversos tipos de redes, tais como fibra ótica, Ethernet e sem fio. Na construção de redes sem fio de baixo custo se faz necessário a utilização do padrão 802.11 que segundo Maudonet (2007) “é uma arquitetura, onde a área coberta pela rede é dividida em partes denominadas células. Cada célula, por sua vez, é chamada de BSA (“*Basic Service Area*”). O tamanho da BSA depende das características do ambiente e da capacidade dos transmissores usados na rede”.

As redes sem fio da família 802.11 conhecida como *Wireless Local Area Networks*, e popularmente conhecida como *Wi-Fi* (Fidelidade Sem Fio), propagam os dados pelo ar utilizando ondas de rádio nas frequências 2.4 GHz ou 5.8 GHz as quais estão livres para uso sem licença, porém, para evitar conflitos existem acordos governamentais sobre a forma de uso destas frequências. No Brasil, a Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações) é a responsável pelo uso das frequências de transmissão. (MACHADO e PEDROSO, 2005)

Encontram-se diferentes tipos de padrão 802.11, pois cada um possui características próprias, principalmente referente à velocidade de transmissão dos dados. Cada um deles é identificado por uma letra ao final do nome 802.11, como por exemplo: 802.11a, 802.11b, etc. (MAUDONET, 2007). O padrão mais popular é o 802.11b, pois se comparado com os demais, representa baixo custo e encontra-se em 90% dos equipamentos instalados no mundo todo. Um padrão mais recente, o 802.11g, também tem se destacado, pois utiliza uma tecnologia de modulação mais avançada propiciando desta forma uma melhora significativa na qualidade do sinal. (MACHADO e PEDROSO, 2005)

Os componentes principais das redes 802.11 descritos por Gast e Loukides (2002) são:

1. **Access Point ou Ponto de Acesso:** É o componente que interliga o mundo sem fio ao mundo cabeado. Tem a função de converter os sinais 802 para outros padrões que possam trafegar no restante da rede. A maioria dos Pontos de Acesso tem pelo menos, uma interface de rede *wireless* e, pelo menos, uma *interface* de rede *Ethernet*. O lado *Ethernet* pode ser conectado a uma rede existente e o lado *wireless* torna-se uma extensão daquela rede. Os sinais retransmitidos entre esses dois meios são controlados por um mecanismo de ponte.  
O número de clientes que podem acessar um único Ponto de Acesso depende das condições do meio físico, tráfego da rede e das aplicações que serão suportadas pela WLAN (Soares, Lemos e Colcher, 1995). Os Pontos de Acesso tem um alcance médio de 50 metros até no máximo 100 metros, embora isto dependa fortemente das características do local.
2. **Meio Wireless:** É utilizado para mover os sinais de uma estação para outra. Inicialmente, duas camadas físicas de Radiofrequência (RF) e uma de Infravermelho foram padronizadas, mas as de RF são as mais utilizadas.
3. **Estações:** São os dispositivos computacionais com interfaces de rede sem fio. Geralmente, constituem-se de *laptops*, *desktops* ou celulares. Cada Estação é associada a somente um Ponto de Acesso por vez.

Cada área coberta por sinais de um único dispositivo transmissor é chamada de Área de Serviço Básica (BSA – *Basic Service Area*). O ponto de acesso central se comunica com todos os aparelhos sem fio na área da BSA e controla todo o fluxo de tráfego na rede. Se uma única BSA não produzir cobertura suficiente para todos os dispositivos da rede, qualquer quantidade de novos pontos de acesso pode ser adicionada para aumentar a abrangência. Esse grupo de BSAs é conhecido como Área de Serviço Estendida (ESA – *Extended Service Area*).

O dimensionamento de sistemas de comunicações sem fio depende primordialmente da escolha adequada do modelo de propagação e da ferramenta computacional de análise de cobertura. Algumas ferramentas de análise de cobertura proprietárias estão disponíveis no mercado. No entanto, tais ferramentas são muitas vezes de uso complexo e não dispõem de recursos que permitam avaliar ou até modificar os modelos de propagação já programados.

Uma das formas mais utilizadas para definição da localização dos pontos de acesso é por meio de um *site survey*. Um *site survey* é um conjunto de métodos aplicados na avaliação técnica minuciosa do local de instalação de uma nova infraestrutura de rede sem fio. O objetivo é realizar um estudo sobre esses recursos para entender seu comportamento, descobrir áreas cobertas, checar a interferência de radiofrequência, indicar a posição mais apropriada dos dispositivos (RODRIGUES e SANTOS, 2007).

A principal desvantagem desse método é que ele necessita de avaliação *in loco*, ou seja, sendo necessária uma série de medições que obriga a percorrer todo o espaço físico a ser avaliado. Portanto, na prática a distribuição dos pontos de acesso normalmente ocorre utilizando o método de tentativa e erro. O técnico distribui os pontos de acesso de acordo com a sua intuição e depois após algumas medições ou reclamações dos usuários os ajustes são efetuados.

Segundo Hills (2001), o projeto de redes sem fio inclui dois componentes básicos: o posicionamento dos pontos de acesso e a atribuição de seus canais. O posicionamento cuidadoso de cada um deles em uma rede que possui muitos outros garantirá a cobertura adequada da área de serviço evitando a ocorrência de áreas de sombra para os usuários, bem como fornecerá a capacidade adequada para atender aos requisitos do tráfego gerado pelos usuários da rede sem fio. Por outro lado, deve-se tentar colocar os pontos de acesso o mais afastado possível uns dos outros de forma a diminuir a quantidade utilizada no projeto, minimizando assim custos em equipamento e instalação e também a sobreposição entre canais adjacentes, que diminui o desempenho da rede.

## 2.7 Resumo

É perceptível a presença constante de equipamentos e instrumentos com tecnologia sem fio no cotidiano das pessoas. Estes se destacam quando comparados com as redes cabeadas, pela mobilidade, facilidade de implantação, flexibilidade e baixo custo.

Para que ocorra a comunicação sem fio, precisa-se de um elemento básico - as antenas. Seu objetivo é converter uma corrente elétrica em uma onda de radiofrequência e vice-versa. A direção em que as ondas são propagadas vai depender do tipo de antena a ser utilizada, pode-se ter antenas omnidirecionais, semi-direcionais (setoriais) ou direcionais. Como fica visível na figura 2.1.

Na construção de uma rede sem fio se faz necessário a utilização do padrão 802 (arquitetura definida pelo IEEE para as redes sem fio). Encontram-se diferentes tipos de padrão 802.11, pois cada um possui características próprias, principalmente referentes à velocidade de transmissão dos dados. Cada um deles é identificado por uma letra ao final do nome 802.11, como por exemplo: 802.11a, 802.11b, etc.

O padrão 802.11 apresenta dois tipos de topologia de rede. A primeira delas é a rede com infraestrutura, onde a transferência de dados ocorre sempre entre uma estação e um ponto de acesso – AP (*Access Point* ou Pontos de Acesso). Os pontos de acesso são nós especiais, pois eles controlam e transmitem as informações pela rede, ou seja, fazem a ligação entre o segmento sem fio e o restante da rede. A transferência de dados nunca ocorre diretamente entre duas estações. A segunda é a rede *Ad Hoc*, onde os dispositivos são capazes de trocar informações diretamente entre si, não há a necessidade de pontos de acesso, pois os nós dependem uns dos outros para que a rede permaneça conectada. Deste modo, as redes *Ad Hoc* são utilizadas principalmente quando não se tem uma rede fixa.

### 3. Trabalhos Relacionados

Neste capítulo são apresentados alguns trabalhos relacionados ao problema de cobertura de sinal. Este estudo permite compreender o estado-da-arte por meio de soluções similares a proposta por este trabalho. São abordados trabalhos baseados em pontos de demanda pré-definidos e em redes de sensores sem fio.

#### 3.1 Introdução

O problema da área de cobertura em redes sem fio é abordado de diversas maneiras, sua variação age de acordo com as características da aplicação e, principalmente, dos objetivos e restrições impostas. Abaixo são apresentados alguns trabalhos que seguem o mesmo escopo do problema, entretanto com resoluções diferentes. Foram classificados como: pontos de demanda pré-definidos e redes de sensores sem fio.

#### 3.2 Pontos de demanda pré-definidos

De acordo com Arroyo e Marques (2006), questões relacionadas à alocação de pontos de acesso, estão ligadas diretamente com os diversos meios da telecomunicação, onde a posição correta destes equipamentos é fundamental para a qualidade no atendimento aos clientes e também para a redução dos custos com infraestrutura e manutenção. Os autores abordaram o problema de posicionamento de antenas de telecomunicações como um problema de localização de máxima cobertura, onde o objetivo é atender o maior número de pontos de demanda usando o mínimo de antenas. Consideram restrições de alcance, a presença de obstáculos e as antenas possuindo o mesmo custo e alcance de transmissão. Para a resolução deste problema utilizaram a metaheurística GRASP (Feo e Resende, 1989) básica e outra modificada. Quanto ao modelo matemático utilizado para a resolução tem-se:

$$f(x) = K \cdot \sum_{i=1}^n b_i - \sum_{j=1}^m C_j a_j - \sum_{i=1}^n \min\{d_{ij} \mid j \in A, a_j = 1\}. \quad (3.1)$$

Onde,

$B = \{1, \dots, n\}$ : conjunto de pontos de demanda;

$A = \{1, \dots, m\}$ : conjunto de pontos potenciais onde podem ser alocados antenas ou facilidades (se no ponto  $j \in A$  é alocada uma antena, então é dito que a facilidade  $j$  é aberta; caso contrário a facilidade  $j$  está fechada);

$C_j$  = custo para abrir a facilidade  $j$ ;

$d$  = alcance de transmissão (raio de ação) de uma antena ou facilidade;

$d_{ij}$  = distância (Euclidiana) do ponto  $i$  ao ponto  $j$ ;

$a_j, b_i$  = variáveis de decisão  $\in \{0,1\}$ . Se a facilidade  $j$  é aberta tem-se  $a_j = 1$ , caso contrário  $a_j = 0$ .  $b_i = 1$  se o ponto de demanda  $i \in B$  é atendido por uma facilidade aberta, caso contrário  $b_i = 0$ ;

$N_i \{j \in A \mid d_{ij} \leq d\}$  = conjunto de facilidades que podem atender ao ponto de demanda  $i$ ;

$K$  = peso que prioriza a cobertura dos pontos de demanda permitindo que a função objetivo seja sempre positiva.

A equação (3.1) representa a função objetivo, pois visa maximizar a cobertura dos pontos de demanda com o mínimo de antenas, para isso, busca instalar as antenas o mais próximo dos pontos de demanda, Modelo p-mediana. Quanto aos obstáculos, a presença de um deles implica na  $d_{ij} = 1000d$ .

Já Borges et. al. (2001), visando atender os mesmos objetivos de Arroyo e Marques (2006), trataram o problema de posicionamento de pontos de acesso de transmissão *wireless* por meio de algoritmos genéticos (DAVIS, 1991). A presença de obstáculos implicou no acréscimo de mais uma variável no cálculo das distâncias entre os pontos de acesso e as demandas, a qual era proporcional ao tipo de obstáculo, pois pode-se encontrar diferentes tipos de obstáculos, como montanhas, morros, construções, as quais atenuam a passagem do sinal. A resolução para o problema continha o seguinte modelo matemático:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n d_i - \sum_{j=1}^m C_j * A_j - \sum_{i=1}^n \min\{D_{ij}\}. \quad (3.2)$$

Onde,

$d$  = Número de demandas atendidas;

$C$  = Custo do ponto de acesso;

$A$  = Número de pontos de acesso;

$D$  = Distância (euclidiana) do ponto  $i$  ao ponto  $j$ .

Já Siliprande e Cortes (2008), utilizaram como forma de resolução para o problema de localização de antenas para Internet a rádio um Modelo de Programação Linear Multi-objetivo, o qual baseia-se no Problema de Localização de Máxima Cobertura e utiliza o Modelo das p-medianas, sendo o primeiro, o mais adequado para representar problemas reais que geralmente envolvem vários objetivos a serem satisfeitos simultaneamente. Os objetivos na grande maioria das vezes são conflitantes, ou seja, ao otimizar um deles pode-se desfazer outro, portanto os autores buscaram ao invés de uma única solução, um conjunto de soluções ótimas para o problema em questão.

O modelo proposto é:

$$\text{Min } \sum_{i \in N} \min\{d_{ij} \mid j \in N_i, x_j = 1\}; \quad (3.3)$$

$$\text{Max } \sum_{i \in N} y_i; \quad (3.4)$$

$$\text{Min } \sum_{j \in M} c_j x_j. \quad (3.5)$$

Onde,

$N_i\{j \in M \mid d_{ij} \leq S\}$  = é o conjunto de facilidades que atendem a um ponto de demanda  $i$ ;

$N\{1, 2, \dots, n\}$  = conjunto de pontos de demanda;

$M\{1, 2, \dots, n\}$  = conjunto de potenciais facilidades;

$d_{ij}$  = distância entre a demanda  $i$  e a facilidade  $j$ ;

$c_j$  = custo total para instalação de antenas;

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{se a área de demanda é coberta;} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{se a facilidade deve ser localizada em } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Quanto às equações, a (3.3) representa a primeira função objetivo, utilizada para minimizar a distância entre cada demanda  $i$  e a facilidade  $j$  instalada. A (3.4) representa a segunda função objetivo, servindo para maximizar os clientes cobertos. A (3.5) representa a terceira função objetivo visando minimizar custos com a instalação destas antenas.

É perceptível que em ambos os trabalhos foi utilizado em sua resolução o Modelo das p-medianas. Este Modelo segundo Schilling et. al. (2000) é utilizado em diferentes contextos de modelação, mas na maioria das vezes é visto no problema de localização de facilidades/instalações, como no exemplo que ele cita, onde um subconjunto de  $p$  instalações

deve ser selecionado para minimizar as distâncias entre os vários pontos de demanda à sua instalação mais próxima.

O problema geral da p-mediana pode ser declarado da seguinte forma: dado um grafo  $G = (V, E)$ , (Onde  $V$  = o conjunto de vértices e  $E$  = o conjunto de arestas), busca-se encontrar um conjunto de vértices,  $S$ , de tamanho  $p$ , onde  $S \subset V$ , tal que a soma ponderada das distâncias dos vértices remanescentes  $\{V - S\}$  para o conjunto  $S$  seja minimizada (SCHILLING, ROSING & REVELLE, 2000).

O problema das p-medianas tem a seguinte formulação:

$$\text{minimizar } Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_i d_{ij} x_{ij} . \quad (3.6)$$

Onde,

$i \in I$  = o conjunto de nós de demanda;

$j \in J$  = o conjunto de nós de potenciais facilidades;

$a_i$  = demanda no nó  $i$ ;

$d_{ij}$  = distância do nó  $i$  ao nó  $j$ ;

$x_{ij} \begin{cases} 1 & \text{se o nó } i \text{ é atribuído a instalação } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$ .

Borges et.al. (2001) destacam que o problema de localização de facilidades pode ser visto como sendo NP-difícil, devido a isso são propostas inúmeras metaheurísticas para sua resolução. A solução ótima do problema seria, segundo Siliprande e Cortes (2008), aquela onde as  $p$  instalações atendessem a todos os pontos de demanda sendo a distância entre a demanda e a instalação mínima.

Os trabalhos relacionados até o momento consideram pontos de demanda pré-definidos, os quais necessitam de instalações capazes de cobrir cada um deles, diferente da abordagem proposta nesta dissertação, a qual busca encontrar a partir de uma área pré-estabelecida um modelo matemático capaz de calcular a área de cobertura das antenas baseado somente em suas coordenadas de centro e propagação do sinal (raio). A partir desta formulação é proposto o desenvolvimento de uma ferramenta de posicionamento de antenas utilizando a metaheurística *Simulated Annealing*.

### 3.3 Redes de Sensores sem Fio

A área de cobertura também é considerada no estudo de redes de sensores sem fio (RSSF), que segundo Nakamura (2003) “é um tipo especial de rede *Ad Hoc* composta por dispositivos autônomos e compactos com capacidade de sensoriamento, processamento e comunicação, denominados nós sensores.” Em seu trabalho, Nakamura (2003) apresentou dois modelos dinâmicos de programação linear inteira mista para resolver o problema dinâmico de cobertura e conectividade em RSSF planas. Objetivando a garantia de cobertura e conectividade da rede em intervalos de tempo pré-definidos buscando minimizar o consumo de energia.

Para o problema em questão, foram considerados dois modelos de posicionamento dos nós, um determinístico e outro não-determinístico, onde no primeiro os nós foram colocados na área de monitoramento em posições pré-definidas e no outro lançados na área. Portanto a área de cobertura neste caso significa a garantia de que estes pontos serão cobertos pelos nós sensores. Nakamura (2003) considerou para a formulação do problema uma área plana e sem obstáculos, neste caso, toda a área do círculo de raio  $R_s$  em torno do sensor seria coberta. Buscando então minimizar o número de nós ativos para garantir a cobertura dos pontos de demanda, obteve a seguinte função objetivo:

$$\min \sum_{i \in S} EA_i * y_i + \sum_{j \in D} EH_j * h_j . \quad (3.7)$$

Onde,

$S$  = conjunto de nós sensores;

$D$  = conjunto de pontos de demanda;

$EA$  = custo de ativação de um nó sensor, que representa o custo de energia na transição do estado inativo para o estado ativo;

$EH$  = custo de não cobertura de ponto de demanda, que representa uma penalidade quando o ponto não é coberto;

$y_i$  = variável de decisão que possui valor 1 se o nó  $i$  está ativo e 0 caso contrário;

$h_j$  = variável que indica não cobertura do ponto de demanda  $j$ .

Este trabalho tem certa semelhança ao considerar uma área plana e sem obstáculos, porém trabalha com a cobertura de demandas pré-definidas, similar ao tópico 3.2.

Já o trabalho de Wang e Zhang (2009) se aplica na cobertura de redes de sensores sem fio. Os autores utilizam, de forma teórica, modelos matemáticos para encontrar a maior área de cobertura. Para isso, consideraram que a faixa de cobertura de um sensor fosse vista como um círculo, com raio  $r$  e área  $\pi r^2$  e também que o raio de todos os sensores fosse igual.

Para a resolução do problema consideraram o seguinte teorema:

Teorema 3: A topologia da área contínua de três perfeitos discos:  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  é máxima e o seu valor é  $\frac{4\pi+3\sqrt{3}}{2}r^2$  se três círculos:  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  correspondentemente cercam,  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  se cruzam em um ponto e, o  $\Delta C_1C_2C_3$  é um triângulo equilátero. Prova do teorema em Wang e Zhang (2009).

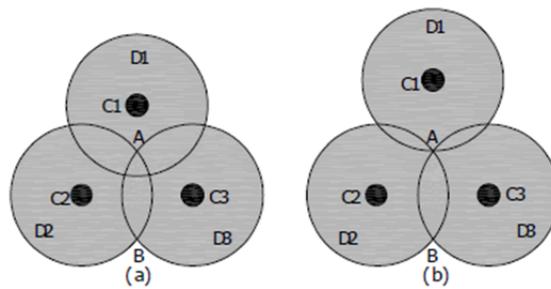


Figura 3.1: Ilustração do teorema 3. Fonte: Wang e Zhang (2009).

O teorema ilustrado na Figura 3.1 mostra que tendo um caso como o apresentado na Figura 3.1 letra (a), onde a distância entre os centros forma um triângulo equilátero, consegue-se aplicando o teorema, aumentar a área de cobertura ao máximo como ilustrado na Figura 3.1 letra (b).

Com este mesmo propósito, Wang e Zhang (2009) consideraram outro caso de sobreposições como mostrado na Figura 3.2, onde ao invés de ter-se um triângulo equilátero como distância entre os centros, tem-se agora um triângulo isósceles – Figura 3.2 letra (a).

Para encontrar a área máxima (Figura 3.2 letra b) obtiveram o seguinte resultado:  $\frac{3\sqrt{3}}{2}r^2$ .

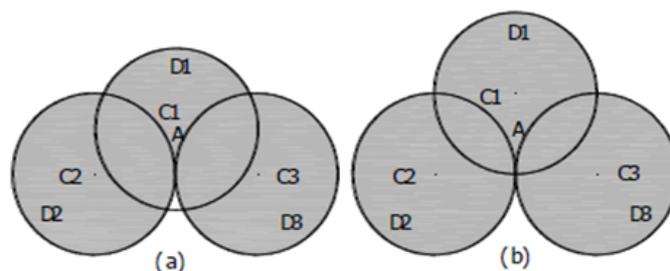


Figura 3.2: Ilustração do problema de Wang e Zhang. Fonte: Wang e Zhang (2009).

O modelo apresenta uma questão importante, tem uma semelhança quanto a escolha da faixa de cobertura do sinal, onde também se utilizará esta faixa como sendo um círculo de raio  $r$ , mas torna-se inviável pois trabalha apenas com antenas de mesma potência, ou seja, círculos com mesmo raio, diferentemente da solução proposta neste trabalho a qual pode trabalhar com antenas de potências iguais ou diferentes.

Considerando ainda as redes de sensores sem fio, Negahdar et. al. (2008) obtiveram um método para diminuir o excesso de áreas cobertas (sobreposições) com um algoritmo de seleção simples, a fim de cobrir a porcentagem desejada utilizando um número mínimo de sensores ativos e atingindo, portanto, um maior tempo de vida para toda rede.

Os autores demonstraram que fazendo a diferença entre a área de círculos e a área de triângulos como mostrado na Figura 3.3, encontra-se a sobreposição mínima precisa entre os

círculos. Área efetiva:  $\frac{\frac{3\sqrt{3}}{4} * R_s^2}{0.5 * \pi * R_s^2} = 0.82$ , portanto a sobreposição mínima é de 18%.

Já para obter o número mínimo de nós para cobrir a área de campo, dividiram a área de campo pela área efetiva de cada círculo:  $\frac{20m * 20m}{0.82 * [\pi * R_s^2 m^2]}$ .

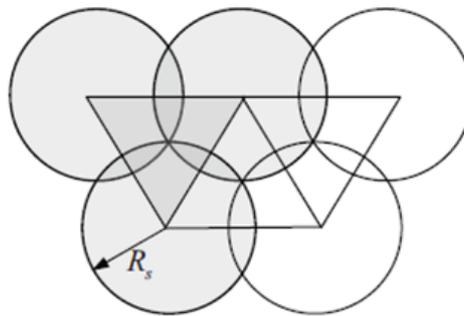


Figura 3.3: Ilustração da diferença entre a área de círculos e a área de triângulos. Fonte: Negahdar et. al. (2008).

A proposta de Negahdar et.al. (2008) é encontrar uma sobreposição mínima entre os nós sensores a fim de cobrir a área utilizando um número menor deles. Já neste trabalho, o objetivo é testar a convergência do modelo matemático encontrado para calcular a área de cobertura das redes sem fio, independente da quantidade de sobreposições, raios e número de antenas posicionadas.

### 3.4 Resumo

Alguns dos trabalhos apresentados neste capítulo consideram a cobertura de pontos de demanda pré-definidos, os quais necessitam de instalações capazes de cobrir cada um deles, diferente da abordagem proposta nesta dissertação, a qual busca encontrar a partir de uma área pré-estabelecida um modelo matemático capaz de calcular a área de cobertura das antenas baseado somente em suas coordenadas de centro e propagação do sinal (raio).

Existem outros trabalhos ligados as redes de sensores sem fio, os quais buscam encontrar uma maior área de cobertura, uma menor área de sobreposições e um número mínimo de sensores para a cobertura e, com isso aumentam o tempo de vida desta rede. A abordagem desta dissertação leva em consideração a convergência da área de cobertura independente do número e alcance das antenas.

## 4. Tratabilidade de Problemas

Neste capítulo é abordada a tratabilidade de problemas do ponto de vista teórico. A quantidade de trabalho na resolução de um problema pode ser obtida de forma experimental, basta medir a quantidade de tempo e memória utilizados. Entretanto, esse critério depende de inúmeros fatores, tais como a máquina utilizada nos experimentos, assim como a linguagem de programação utilizada. Com o estudo da complexidade computacional pode-se classificar os problemas, auxiliando na sua resolução. Destaca-se também nesse texto, algumas metodologias para se solucionar problemas complexos, destacando a metaheurística *Simulated Annealing*, a qual será utilizada neste trabalho.

### 4.1 Introdução

Muitos são os problemas encontrados cotidianamente e pelos quais se busca encontrar boas soluções, mas estas soluções muitas vezes são impossíveis de serem obtidas analiticamente, pois são problemas muito complexos e demorados em sua resolução, por isso, busca-se modelar tais problemas e posteriormente tratá-los computacionalmente através de algoritmos, heurísticas ou até mesmo por metaheurísticas.

O problema aqui abordado “cobertura de sinal das redes *wireless*” é visto como um problema *Non-Deterministic Complete* (NP – Completo), pois existe uma gama de possíveis soluções, além da interferência de inúmeras variáveis. Devido a isso, procura-se primeiramente encontrar um modelo matemático que o resolva e então implementá-lo e utilizá-lo em uma metaheurística afim de encontrar uma boa solução para o problema de cobertura.

Os algoritmos podem ser definidos como uma sequência de passos, os quais podem ser executados para resolver um determinado problema. Podem existir inúmeros algoritmos para a resolução de um mesmo problema. Os algoritmos se constituem de uma complexidade espacial e uma complexidade temporal, a primeira está relacionada a quantidade de memória que o algoritmo utiliza em sua execução, a segunda se refere a quantidade de tempo que ele leva para completar a tarefa, ou seja, a resolução (JOHANN,1997).

As características vistas anteriormente, tempo e quantidade de memória, são funções que levam em consideração o número de entradas que recebe o algoritmo, e também o número de constantes. Pode-se analisar através da Figura 4.1 como se comportam algumas

das funções matemáticas quanto ao valor das constantes. É perceptível que quanto menor for o problema e o valor da constante, é possível trabalhar com uma ou outra, já quanto maior o problema e o valor das constantes, mais complexa e demorada fica sua resolução. Podendo se chegar a problemas completamente intratáveis, sem solução em tempo polinomial, como representado na Figura 4.1, nas células em cinza (JOHANN, 1997).

função	n = 2	n = 6	n = 10	n = 20	n = 10 <sup>2</sup>	n = 10 <sup>3</sup>	n = 10 <sup>6</sup>
n	2	6	10	20	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>
3n	6	18	30	60	3 * 10 <sup>2</sup>	3 * 10 <sup>3</sup>	3 * 10 <sup>6</sup>
n log <sub>10</sub> n	0.6	4.7	10	26	2 * 10 <sup>2</sup>	3 * 10 <sup>3</sup>	6 * 10 <sup>6</sup>
n <sup>2</sup>	4	36	10 <sup>2</sup>	4 * 10 <sup>2</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>12</sup>
n <sup>3</sup>	8	216	10 <sup>3</sup>	8 * 10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>18</sup>
2 <sup>n</sup>	4	64	10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>30</sup>	10 <sup>301</sup>	> 10 <sup>500</sup>
n!	2	720	3 * 10 <sup>6</sup>	2 * 10 <sup>18</sup>	9 * 10 <sup>157</sup>	> 10 <sup>500</sup>	> 10 <sup>500</sup>

Figura 4.1: Comportamento de algumas funções matemáticas perante o valor das constantes. Fonte: Johann (1997).

Uma Heurística segundo Johnson & Mcgeoch (1997) pode ser vista como um método que busca encontrar boas ou ótimas soluções, considerando um custo computacional razoável, mas sem ser capaz de garantir a viabilidade do ótimo, ou então, quão próxima do ótimo está uma particular solução encontrada. Percebe-se que existem dois fatores básicos da heurística que acabam em conflito, são eles a qualidade da solução encontrada e o esforço computacional exercido durante a resolução, geralmente levados em consideração na resolução de um problema.

Dentre os vários tipos de heurísticas, encontram-se as metaheurísticas, as quais podem ser aplicadas a diferentes problemas. No entanto, podem através de pequenas modificações se tornarem adaptáveis a um problema específico. Na verdade, uma metaheurística é uma estratégia de busca que tenta explorar eficientemente o espaço das soluções viáveis do problema. Caracterizam-se também como um algoritmo aproximado, o qual busca evitar uma parada em mínimos locais, buscando encontrar a solução ótima. (Becceneri, 2012)

## 4.2 Classes de Problemas

Existem diferentes tipos de problemas, alguns são considerados fáceis ou tratáveis, e outros como sendo intratáveis. Os problemas tratáveis se caracterizam por possuírem um algoritmo determinístico que o resolva em tempo polinomial (JOHANN,1997). Já os problemas intratáveis segundo Blume (2002) são aqueles onde “é difícil encontrar a sua solução, a ponto de ser necessário um tempo exponencial para descobri-la”.

Um algoritmo é determinístico quando a entrada do problema vai sendo repetida e o resultado é sempre o mesmo. Já quando através de uma mesma entrada para o problema os resultados forem diferentes, tem-se um algoritmo não-determinístico, isto ocorre, pois em seu processamento se considera eventos aleatórios (KNUT, 1998).

Levando em consideração a complexidade dos problemas, os mesmos são divididos em classes de problemas, são elas: *Polynomial* (P), *Non-Deterministic* (NP), *Non-Deterministic Complete* (NP - Completo) e *Non-Deterministic Polynomial – Time Hard* (NP – Difícil).

A classe P é representada geralmente por um polinômio de pequeno grau. Segundo Blume (2002) “é formada pelo conjunto de todos os problemas que podem ser resolvidos por um algoritmo determinístico em tempo polinomial, ou ainda pelos procedimentos para os quais existe um polinômio  $p(n)$  que limita o número de passos do processamento se este for iniciado com uma entrada de tamanho  $n$ ”. Alguns dos problemas que fazem parte da classe P são: árvore de menor custo, caminhos mais curtos em um grafo, ordenação, fluxo máximo entre outros.

A classe NP é constituída pelos problemas cujas soluções são de ordem exponencial, até o momento não se sabe se existe uma solução melhor, ou seja, em tempo polinomial. Para Johann (1997) é possível apresentar um algoritmo não-determinístico que resolva os problemas desta classe em tempo polinomial. Este algoritmo escolheria a função certa quando solicitado até encontrar a solução. Outro modo para se encontrar a solução seria experimentando todas as combinações de entrada, em tempo exponencial.

Segundo Blume (2002) “um problema é NP- Completo se é NP e se existe uma redução polinomial de qualquer problema NP para este problema, de tal forma que os problemas da classe são redutíveis a ele em tempo polinomial”. Um fato importante é que se fosse encontrado um algoritmo determinístico polinomial que resolvesse um problema da classe NP-Completo, todos os demais problemas pertencentes a esta classe seriam resolvidos.

Alguns exemplos de problemas NP-Completo são: Torre de Hanoi, problema da mochila, jogo tetris, caixeiro-viajante, roteamento de veículos.

A classe de problemas NP-Difícil se caracteriza por apresentar problemas mais difíceis que na classe NP-Completo, os mesmos não podem ser resolvidos deterministicamente em tempo polinomial. Segundo Johann (1997) “um problema **NP-Difícil** clássico que não é NP-Completo é, dado um algoritmo qualquer e uma sequência de valores de entrada, saber se o algoritmo termina ou entra em um laço infinito. Não existe algoritmo não-determinístico para solucioná-lo”. Outros problemas seriam o de satisfabilidade e de otimização.

Os problemas envolvidos nestas classes podem ser tanto problemas de decisão quanto problemas de otimização. O primeiro se caracteriza por apresentar sua solução em um valor binário, verdadeiro ou falso, o segundo apresenta como resultado a melhor solução dentre um conjunto de possíveis soluções.

Na Figura 4.2 é possível observar as relações existentes entre as classes de problemas.

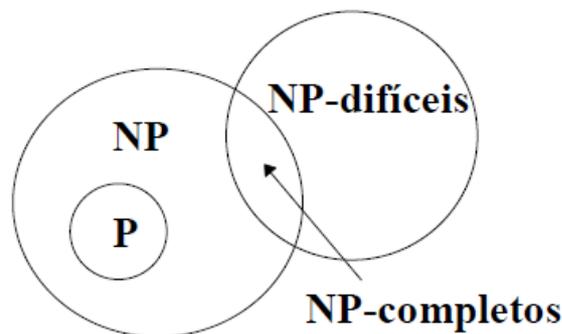


Figura 4.2: Relações entre as classes de problemas. Fonte: Johann (1997).

### 4.3 Formas de Solucionar Problemas Complexos

Para tratar problemas os quais não possuem resolução em tempo polinomial, utilizam-se várias técnicas relacionadas à matemática, a filosofia, a informática, entre outras áreas. Algumas delas são descritas por Johann (1997):

- *Divisão e conquista*: Tendo um problema, busca-se dividi-lo em problemas menores até que se encontre uma solução para cada um deles, sendo a combinação simples destas soluções parciais, a solução completa do problema (CORMEN, 2002).

- *Exploração exponencial*: é uma técnica que leva em conta o tamanho do problema, pois ela testa todas as soluções possíveis, então é preferível utilizá-la em problemas pequenos ou nos quais pode se limitar o tamanho (JOHANN, 1997).

- *Algoritmos de aproximação*: são aqueles que apresentam uma solução com a garantia de que a mesma encontra-se muito próxima da solução ótima, para isso levam em consideração o pior e o melhor caso que o algoritmo pode apresentar (CORMEN, 2002).

- *Algoritmos gulosos (greedy)*: são empregados para selecionar um conjunto de possíveis alternativas que satisfazem algumas restrições, a cada decisão ou iteração o algoritmo escolhe a opção que parece melhor naquele instante, jamais esta escolha será revista, ou seja, a escolha feita permanece para sempre e as opções excluídas nunca serão reconsideradas. Este algoritmo pode ser utilizado para maximizar ou minimizar determinada função objetivo (FERREIRA, 2010 e CORMEN, 2002).

- *Algoritmos heurísticos*: mesmo sendo possível determinar todo o espaço de combinações, as instâncias que ocorrem na prática apresentam uma distribuição característica. Os algoritmos heurísticos levam em conta este fato e também algumas regras pragmáticas para apresentar soluções próximas das ótimas, isso com baixa complexidade. Busca-se utilizar algoritmos heurísticos quando se pretende resolver um problema de forma mais rápida e quando o problema apresenta uma instância muito grande. Geralmente encontram boas soluções para os problemas ou apresentam um processamento rápido na obtenção da solução (JOHANN, 1997).

- *Programação dinâmica*: é aplicada em problemas onde a solução é obtida através de um conjunto de decisões, ou entradas, que são selecionadas. Em alguns problemas, pode-se selecionar as decisões independentemente de sua ordenação, as quais podem ser solucionados otimamente por um algoritmo guloso. Para os problemas que são dependentes de ordenação, seria preciso ordenar todas as sequências possíveis e então selecionar a melhor, mas isto resulta em uma complexidade de tempo exponencial. A programação dinâmica tem o intuito de reduzir a quantidade de sequências pesquisadas para se evitar aquelas que não podem fazer parte da solução ótima. Um exemplo seria a pesquisa pelo caminho mais curto em um grafo, resolvendo este problema utilizando um algoritmo guloso, o mesmo iria gerar apenas uma única sequência de decisões, já a programação dinâmica geraria várias sequências, evitando aquelas que certamente não participariam da solução ótima (CORMEN, 2002).

- *Programação matemática*: Esta técnica busca solucionar os problemas para os quais se deve encontrar valores para um conjunto de variáveis, satisfazendo assim um conjunto de inequações como restrições, ele também trata de maximizar ou minimizar outra equação em

função destas variáveis. Este método se aplica em problemas práticos de produção, transporte, problemas científicos, entre outros. Existem dois tipos de programação: a programação linear usada quando as equações de restrições e de função objetivo são funções lineares, e a programação não linear usada quando alguma delas for não linear, se caracterizam por serem as mais difíceis (GOLDBARG e LUNA, 2000).

- *Têmpera simulada*: conhecida também como *Simulated Annealing*, foi introduzida por Kirkpatrick et al. (1983) e por Cerny et al. (1985), como um método para a resolução de problemas de otimização, principalmente de otimização combinatória. Este algoritmo derivou-se da simulação de um processo físico de resfriamento usado para cristalização de metais. Este processo é iterativo e aleatório, se diferencia dos demais algoritmos ao tentar evitar a parada em mínimos locais. Ele considera uma solução inicial qualquer e uma temperatura inicial alta, gera-se uma perturbação obtendo assim uma solução diferente da inicial, em seguida se calcula a diferença entre as soluções,  $\Delta s$ . Se  $\Delta s < 0$  a perturbação é aceita, e em caso contrário, ela é aceita com probabilidade  $P(\Delta s) = \exp(-\Delta s/T)$ . Quando a temperatura  $T$  cair, a probabilidade de aceitar qualidades piores decresce (Metropolis et al., 1953). É preciso, dependendo de cada processo, se fazer alguns ajustes como, a escolha da temperatura inicial, o decréscimo desta temperatura, um critério de parada, entre outros.

- *Simulação evolutiva*: John H. Holland um pesquisador da Universidade de Michigan, com base na teoria de evolução das espécies, propôs nos anos sessenta a construção de um algoritmo matemático para otimização em sistemas complexos, sendo denominado de Algoritmo Genético. Este algoritmo pretendia simular matematicamente todo o mecanismo da evolução biológica, com todas as características e vantagens desse processo. A partir dos anos oitenta, o algoritmo genético recebeu um grande impulso em diversas áreas de aplicação científica, devido principalmente à versatilidade e aos excelentes resultados apresentados (COSTA FILHO & POPPI, 1998). Os algoritmos genéticos (GA's) são aplicados em problemas complexos de otimização; problemas com diversos parâmetros ou características que precisam ser combinadas em busca da melhor solução; problemas com muitas restrições ou condições que não podem ser representadas matematicamente; e problemas com grandes espaços de busca (PACHECO, 1999). Basicamente, o que um algoritmo genético faz é criar uma população de possíveis respostas para o problema a ser tratado (inicialização) para depois submetê-la ao processo de evolução, constituído pelas etapas: avaliação; seleção; cruzamento; mutação; atualização; e finalização (LUCAS, 2002). Ou seja, o algoritmo inicia considerando um conjunto de configurações denominadas população, cada indivíduo desta população representa uma possível solução, que leva em conta a presença e posição dos genes. A cada

geração busca-se combinar os genes dos indivíduos com melhores características, formando assim novos indivíduos, e eliminando os piores.

- *Grasp*: A metaheurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), proposta por Feo e Resende (1989), pode contribuir no processo de otimização, de problemas NP-difícil, visto que é uma metaheurística aplicada a problemas complexos que possuem várias restrições. Define-se GRASP como um processo iterativo cujo objetivo é obter soluções aproximadas, eventualmente ótimas, para problemas de otimização combinatória. Cada iteração da GRASP trabalha de forma independente e o resultado final é a melhor solução dentre todas as encontradas ao final da execução de todas as iterações (FEO & RESENDE, 1989). Em seu funcionamento cada iteração possui duas etapas: uma etapa de construção, na qual uma solução viável é construída, seguida de uma etapa de melhorias, cujo objetivo é encontrar uma solução ótima local. A etapa de construção é iterativa, adaptativa, randômica e pode ser gulosa. Ela é iterativa porque a solução inicial é construída elemento a elemento. E adaptativa porque os benefícios associados a cada elemento são levados de uma iteração para outra, repercutindo as mudanças ocasionadas pela seleção prévia de outros elementos e é gulosa porque a adição de cada elemento é feita a partir de uma lista restrita (*Restricted Candidate List - RCL*), composta dos melhores candidatos à solução. O componente probabilístico do GRASP é caracterizado pela escolha randômica de um dos elementos da lista RCL, não necessariamente o melhor. A etapa de melhorias consiste tipicamente em um procedimento de busca local, já que a solução gerada na etapa de construção do GRASP pode não ser um ótimo local. Conclui-se que o diferencial do GRASP em relação às outras metaheurísticas está na combinação de algoritmos gulosos e aleatórios, para estabelecimento de uma solução a partir das condições do problema. O GRASP pode ser melhor do que as outras metaheurísticas quando o problema envolve um grande número de restrições, constituindo um sistema complexo.

#### 4.4 Metaheurística *Simulated Annealing*

Problemas que demandam grande número de variáveis e diferentes elementos em suas funções de avaliação, como é o caso deste trabalho, podem ser tratados por meio de heurísticas e metaheurísticas.

Tendo em vista a questão relacionada à posição dos pontos de acesso, pode-se defini-la como a etapa em que se determina a posição física das antenas em uma determinada área. O

posicionamento é um problema NP-Completo (Garey e Johnson, 1979), podendo ser classificado pela complexidade do melhor algoritmo que é capaz de resolvê-lo (considera-se o melhor algoritmo aquele que tem a menor complexidade).

#### 4.4.1 Características

Este algoritmo teve sua versão original desenvolvida por Metropolis et al. (1953), o qual foi aplicado na termodinâmica, no processo de recozimento de um sólido, quando se deseja obter seu estado com uma energia mínima. Em seguida foi proposto por Kirkpatrick et al. (1983) e por Cerny (1985) como um método utilizado na resolução de problemas de otimização, principalmente de otimização combinatória.

Segundo Blume (2002), a palavra recozimento (*annealing*) está relacionada ao processo de aquecimento de um sólido até que o mesmo chegue ao seu ponto de fusão, onde posteriormente é submetido a um resfriamento lento para que possa novamente alcançar o seu enrijecimento. Nesse processo, o resfriamento lento torna-se essencial para se manter um equilíbrio térmico no qual os átomos terão tempo suficiente para se reorganizarem em uma estrutura uniforme com energia mínima. Se o sólido fosse resfriado bruscamente, seus átomos formariam uma estrutura irregular e com alta energia, devido ao esforço interno gasto.

Nesse processo precisa-se levar em consideração duas etapas, que segundo Blume (2002) é conhecido como processo de Metropolis. Na primeira delas é necessário elevar a temperatura inicial a um estado de máxima energia e, na segunda, fazer com que esta temperatura diminua lentamente e sucessivamente para que as moléculas do sistema atinjam o estado de energia mínima, ou seja, o equilíbrio térmico.

Portanto, segundo Metropolis et al. (1953), supondo que uma solução inicial fosse um estado possuindo energia  $E_i$  e a partir do qual fosse gerado um novo estado com energia  $E_j$ . Se a diferença entre as energias  $\Delta E = E_j - E_i$  fosse menor ou igual a zero, o novo estado é aceito como estado atual. Mas, se a condição anterior não se verificar, o novo estado poderá ser aceito somente se a expressão abaixo que representa o cálculo desta probabilidade se confirmar:

$$P(\Delta E) = \exp(-\Delta E/k_B T) . \quad (4.1)$$

Onde,

$T$  = Temperatura;

$K_B$  = Constante de Boltzman.

A descrição anterior apresentou a analogia física do S.A.. Agora, descreve-se uma descrição do funcionamento do algoritmo *Simulated Annealing* usado na resolução de problemas de otimização. Nesse caso, o processo de resolução inicia tomando uma solução inicial de forma aleatória, posteriormente é gerada a função de perturbação, esta específica para cada problema, e então é obtida outra solução, as mesmas são comparadas para avaliar qual será a nova solução corrente. Esse método tenta evitar a convergência para um mínimo local, aceitando, às vezes, uma nova solução gerada, mesmo que essa incremente seu valor (Luke, 2012). A questão de aceitar ou rejeitar uma nova solução, em uma dada temperatura  $T$ , é determinada conforme o critério probabilístico apresentado por Metropolis et al. (1953), a mesma é expressa da seguinte forma:

$$P(\Delta s) = \exp(-\Delta s/T) . \quad (4.2)$$

Se  $\Delta s = S_j - S_i$  for menor que zero, a solução  $j$  que se refere à solução atual será aceita como a nova solução corrente. Caso contrário, a solução atual somente será aceita se:

$$P(\Delta s) > \text{random}(0, 1) . \quad (4.3)$$

Caso contrário a solução atual é rejeitada e a solução anterior passa a ser considerada a nova solução corrente.

Percebe-se que a semelhança com o método original é grande, pois o parâmetro  $\Delta s$  corresponde à variação da energia de um estado para outro ( $\Delta E$ ) e o parâmetro de controle  $T$  corresponde à temperatura. Portanto, agora  $T$  é considerado imaginário e, a constante  $k_B$  que multiplicava  $T$  na expressão original é considerada igual a  $1$ .

Quanto a temperatura  $T$ , quando esta for alta, a maioria dos movimentos serão aceitos, entretanto, à medida que a temperatura diminui e vai se aproximando de zero, a grande maioria das soluções serão rejeitadas (LUKE, 2012). Desta forma o algoritmo *Simulated Annealing* necessita iniciar com um valor de temperatura alto evitando que prematuramente este fique preso em um mínimo local. Na Figura 4.3 é ilustrada a forma com a qual essa metaheurística caminha para fugir de um mínimo local.

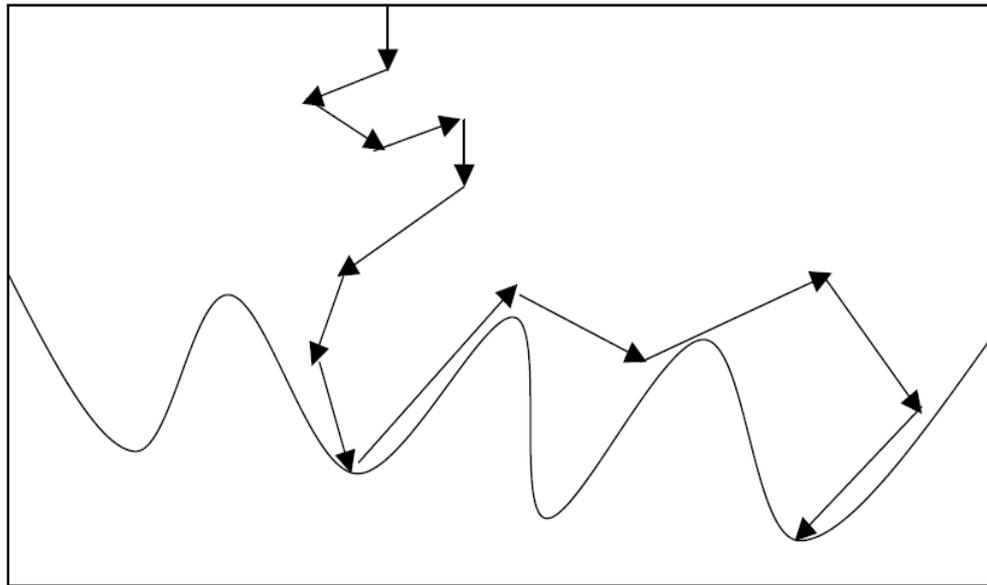


Figura 4.3: Estratégia do S.A. para fugir de um mínimo local. Fonte: Blume (2002).

Os algoritmos baseados em *Simulated Annealing* (têmpera simulada) tem tempo de CPU bastante elevado, quando possuem um número elevado de elementos, pois executam largas buscas para evitar mínimos locais. Uma das diferenças do *Simulated Annealing* para os demais algoritmos de busca local é a possibilidade de aceitar uma solução que piore a solução atual. Desta forma, consegue atingir seu objetivo, encontrando uma solução próxima à do mínimo global e não ficando preso em mínimos locais.

#### 4.4.2 Etapas de Funcionamento da Metaheurística Simulated Annealing

Para a execução dessa metaheurística torna-se fundamental a especificação de alguns parâmetros, como valor inicial e final da temperatura, o número de perturbações, o decréscimo da temperatura, entre outros (Reeves, 1985).

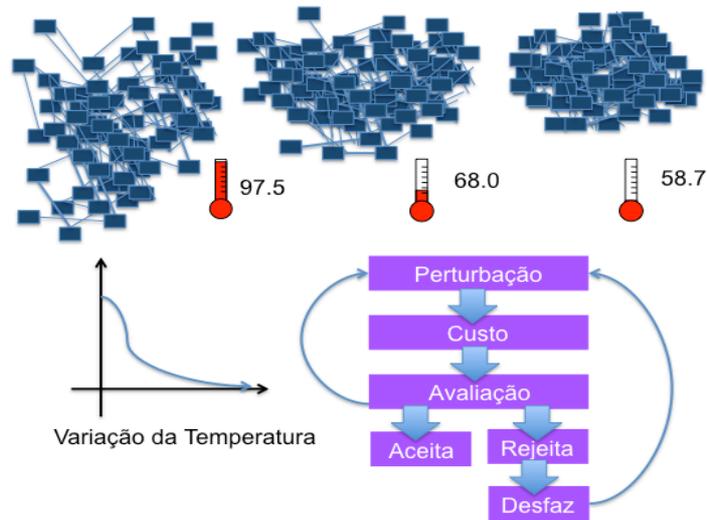


Figura 4.4: Diagrama de blocos do funcionamento da metaheurística Simulated Annealing.

Na Figura 4.4 é apresentado o fluxo de funcionamento da metaheurística por meio de um diagrama de blocos. Abaixo são detalhadas as etapas de seu funcionamento, são elas:

- **Solução inicial** – A metaheurística *Simulated Annealing* necessita de uma solução inicial para começar o seu processo. Busca-se sempre melhorar a solução inicial.
- **Perturbação** – Nesta etapa, ocorre um processo de perturbação onde são geradas soluções diferentes da inicial. Por exemplo, quando eleva-se um metal a altas temperaturas, suas moléculas começam a trocar de posição de forma desordenada. A cada troca de lugar uma nova solução é gerada.
- **Função Custo** – A cada perturbação a função de custo é avaliada, esta função vai ser dependente do problema que se queira otimizar.
- **Função de Avaliação** – Nesta etapa avalia-se a aceitação da solução atual em comparação a solução anterior, para isso considera-se a probabilidade apresentada por Metropolis et al. (1953):

$$P(\Delta s) = \exp(-\Delta s/T), \quad (4.4)$$

onde,

$\Delta s$  = Diferença entre as soluções;

$T$  = Temperatura.

Se  $\Delta s = S_j - S_i$  for menor que zero, a solução  $j$  que se refere à solução atual será aceita como a nova solução corrente. Caso contrário, a solução atual somente será aceita se:

$$P(\Delta s) > \text{random}(0, 1) . \quad (4.5)$$

Neste caso, segue-se o seguinte esquema:

- a) Gera-se um número aleatório no intervalo  $[0, 1]$ .
  - b) Se este número for menor ou igual a “ $P(\Delta s)$ ”, aceita-se a solução.
  - c) Se for maior que “ $P(\Delta s)$ ”, rejeita-se a solução.
- **Desfazer Perturbação** – A medida que a solução atual é rejeitada, ou seja, se aceita a solução anterior como nova solução, esta etapa desfaz a solução atual e permanece com a solução anterior.
  - **Temperatura** – Inicia-se sempre com uma temperatura elevada. Na prática Reeves (1985) sugere escolher um valor elevado, executar o algoritmo e testar a taxa de aceitação. Segundo ele, uma temperatura com uma taxa de aceitação entre 40% e 60% pode ser aceita. A temperatura tende a decrescer lentamente, somente quando a temperatura estiver relativamente baixa é que a etapa de avaliação fica mais criteriosa, aceitando soluções, na maioria das vezes, melhores que as anteriores.
  - **Tamanho do problema** – É o número de elementos a serem tratados.
  - **Critério de parada** – A parada segundo Blume (2002) ocorre, na teoria, quando a temperatura final for igual a zero, mas na prática se torna suficiente se a parada acontecer quando as chances de aumento na função de custo são desconsideradas.

As metaheurísticas trabalham com soluções parciais aleatórias, baseadas em fenômenos naturais como o da cristalização de metais. Assim, no momento que a temperatura começa a esfriar a avaliação fica mais seletiva, aceitando somente resultados melhores que os anteriores. As etapas descritas anteriormente serão executadas inúmeras vezes até a metaheurística convergir a um bom resultado.

## 4.5 Resumo

As soluções para muitos dos problemas, na maioria das vezes, são impossíveis de serem obtidas analiticamente, por isso busca-se modelar tais problemas e tratá-los computacionalmente através de algoritmos, heurísticas ou até mesmo por metaheurísticas. Levando em consideração a complexidade dos problemas, os mesmos são divididos em classes de problemas, são elas: P, NP, NP - Completo e NP – Difícil.

O problema abordado neste trabalho “cobertura de sinal das redes *wireless*” é visto como um problema NP – Completo, pois existe uma gama de possíveis soluções, além da interferência de inúmeras variáveis. Devido a isso, procura-se primeiramente encontrar um modelo matemático que o resolva e então implementá-lo e utilizá-lo em uma metaheurística a fim de encontrar uma boa solução para o problema de cobertura.

A metaheurística a ser utilizada é a *Simulated Annealing*, a qual teve sua versão original desenvolvida por Metropolis et al (1953), onde foi aplicada na termodinâmica, no processo de recozimento de um sólido, quando se deseja obter seu estado com uma energia mínima. Em seguida foi proposto por Kirkpatrick et al. (1983) e por Cerny (1985) como um método utilizado na resolução de problemas de otimização, principalmente de otimização combinatória. Trata-se de um processo aleatório, se diferencia dos demais algoritmos ao tentar evitar a parada em mínimos locais. Ele considera uma solução inicial qualquer e uma temperatura inicial alta, gera-se uma perturbação obtendo assim uma solução diferente da inicial, em seguida se calcula a diferença entre as soluções,  $\Delta s$ . Se a diferença for menor que zero, a perturbação é aceita, e em caso contrário, ela é aceita com probabilidade  $P(\Delta s) = \exp(-\Delta s/T)$ . Quando a temperatura  $T$  cair, a probabilidade de aceitar soluções piores decresce (Metropolis et al., 1953). É preciso, dependendo de cada processo, se fazer alguns ajustes entre as etapas que compõe o funcionamento desta metaheurística, são elas: solução inicial, perturbação, função de custo, função de avaliação, temperatura inicial e final, desfazer perturbação, tamanho do problema.

## 5. Modelagem Matemática e Computacional

Neste capítulo é demonstrada a modelagem matemática do problema, incluindo as restrições, a formulação e o modelo matemático que calcula a área de cobertura de sinal das antenas. É apresentada também a modelagem computacional, que descreve todas as etapas da metaheurística *Simulated Annealing* aplicadas a este problema. São determinados cinco cenários para que seja possível avaliar a convergência da metaheurística *Simulated Annealing* perante a área de cobertura encontrada pelo modelo matemático desenvolvido e utilizado em sua função de custo. A formulação da metaheurística possui dois métodos de avaliação (S.A. clássico e *Greedy*). Estes, baseados nas seguintes perturbações: simples, livre e baseada em UDG. Os resultados são apresentados em forma de tabelas e gráficos, e mostram que o modelo matemático proposto permite a convergência da metaheurística.

### 5.1 Restrições e Formulação do Problema

Em um cenário real, a propagação do sinal emitido pelas antenas forma uma espécie de elipsoide, constituindo-se em um ambiente tridimensional. Contudo, este trabalho tem seu foco em ambientes bidimensionais, sendo a propagação do sinal vista como um círculo, assim, para a obtenção de uma cobertura homogênea, tais elementos devem sofrer uma leve sobreposição.

Para a obtenção do modelo matemático considerou-se as seguintes restrições:

- a) Área plana (2D);
- b) Informações das dimensões da área a ser coberta;
- c) Não considera-se obstáculos que interfiram na qualidade do sinal;
- d) Considera-se a área de abrangência do sinal de cada antena como sendo um círculo, onde o raio representa o alcance do sinal transmitido pela antena;
- e) É possível inserir antenas com iguais ou diferentes potências de sinal, ou seja, círculos com raios diferentes, bem como círculos de raios iguais;
- f) A informação da antena é representada pelo raio e centro;
- g) Não ocorrência de vazamento de sinal da área especificada;
- h) Antenas omnidirecionais.

Observa-se no trabalho de Wang e Zhang (2009) que existem diferentes formas quanto ao posicionamento das antenas. Desta forma, precisa-se inicialmente estudar possíveis

casos para então analisar formas e restrições que permitem calcular a área de cobertura destas antenas. Como se percebe na Figura 5.1, torna-se simples calcular a área de um círculo, ou até mesmo, a área entre dois círculos utilizando cálculos geométricos, mas quando tem-se três círculos ou mais, aumenta-se a complexidade do cálculo. Segundo Librino, et. al. (2009), encontrar a cobertura correta dessa área, considerando um grande número de círculos (antenas) com centros e raios conhecidos, é um problema desafiador da geometria.

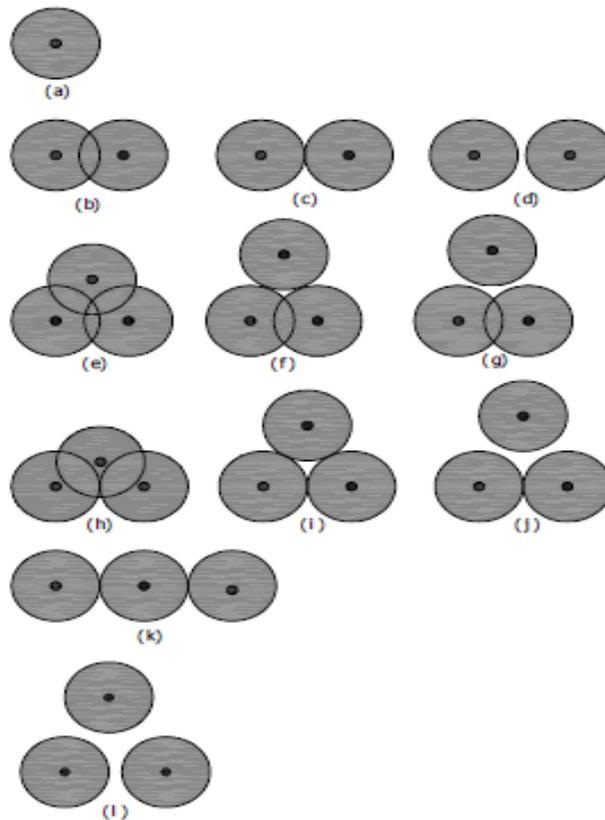


Figura 5.1: Alguns posicionamentos na distribuição de até 3 antenas. Fonte: Wang e Zhang (2009).

## 5.2 O Modelo Matemático para a Cobertura de Sinais

Ao longo dos tempos, o homem procurou compreender os fenômenos da natureza e suas leis e encontrou na matemática uma ferramenta poderosa que o auxiliou nesta tarefa. Segundo Chevallard (2001), um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo matemático de um fato da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo buscando interpretar os resultados obtidos nele para responder as questões

inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática pode ser identificada, portanto como uma atividade de Modelagem Matemática.

A palavra modelagem significa “ação de fazer modelo”. Um modelo é requerido quando em uma situação-problema os dados disponíveis são insuficientes para se utilizar de uma estrutura matemática e resolvê-la. Neste caso, alguns procedimentos são requeridos para se formular um modelo na tentativa de solucionar a questão – modelo que, se validado, é uma aproximação dessa situação (Biembengut, 2011).

A modelagem matemática segundo Burak (1992) “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões,” proporcionando desta forma uma aprendizagem matemática de forma contextualizada e relacionada com outras áreas do conhecimento.

Para o problema do posicionamento e da área de cobertura das antenas, a modelagem matemática se faz presente, pois trata-se de uma tecnologia de informação presente na sociedade, com ela é possível modelar matematicamente o problema e simulá-lo, até mesmo, antes de sua implantação final.

### 5.2.1 Área de Cobertura

A área de cobertura compreende a ocupação do sinal das antenas em uma determinada área. Na Figura 5.2 é ilustrada uma representação aleatória da cobertura do sinal de antenas. Nela, considera-se um cenário em duas dimensões, onde as antenas propagam seu sinal sem nenhuma atenuação, ou seja, não existem barreiras que dificultem a passagem do sinal. Percebe-se que a posição de cada antena é representada pelo centro e a propagação do sinal pelo raio de um círculo.

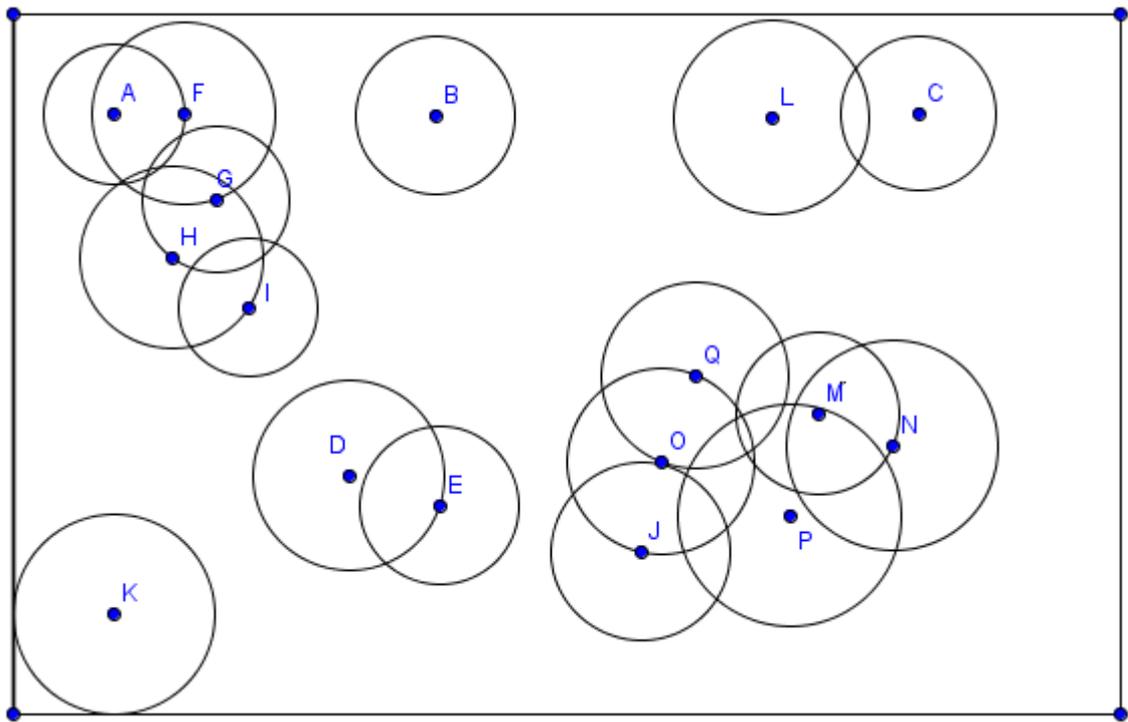


Figura 5.2: Representação de posições aleatórias de antenas representadas por círculos.

Observa-se, também, que as antenas estão dispostas aleatoriamente, sendo possível perceber duas situações distintas: antenas isoladas e antenas agrupadas.

Quando as antenas estão isoladas, o cálculo torna-se simples, sendo a área de uma Antena Isolada ( $AI$ ) representada por:

$$AI = \pi * r^2, \quad (5.1)$$

e o somatório de todas as áreas destas antenas representada pela equação:

$$\overline{AI} = \sum_{i=1}^u AI_i, \quad (5.2)$$

onde  $i = 1, 2, 3, \dots, u$  e  $u$  é a quantidade de antenas isoladas.

Essa situação ocorre, pois uma antena isolada e sem atenuação de sinal, vista em um plano bidimensional, pode ser representada por um círculo como visto na Figura 5.3, entretanto, sabe-se que em situações reais, as especificações técnicas mostram formas similares, bem próximas das especificadas neste trabalho.

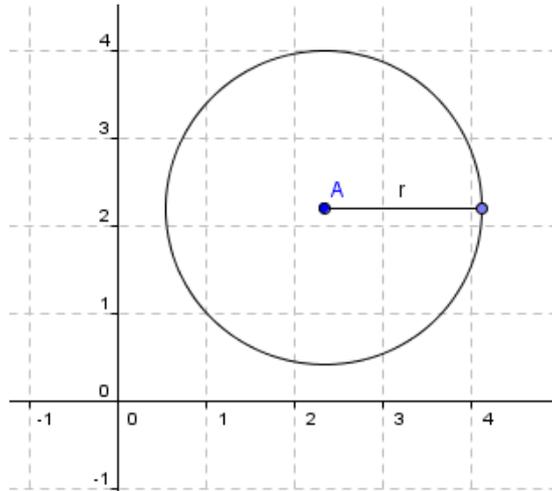


Figura 5.3: Antena Isolada.

Quando as antenas encontram-se agrupadas, a situação torna-se diferente. Na Figura 5.4 é ilustrado o agrupamento de antenas, percebe-se, nesse caso, um grande volume de sobreposições.

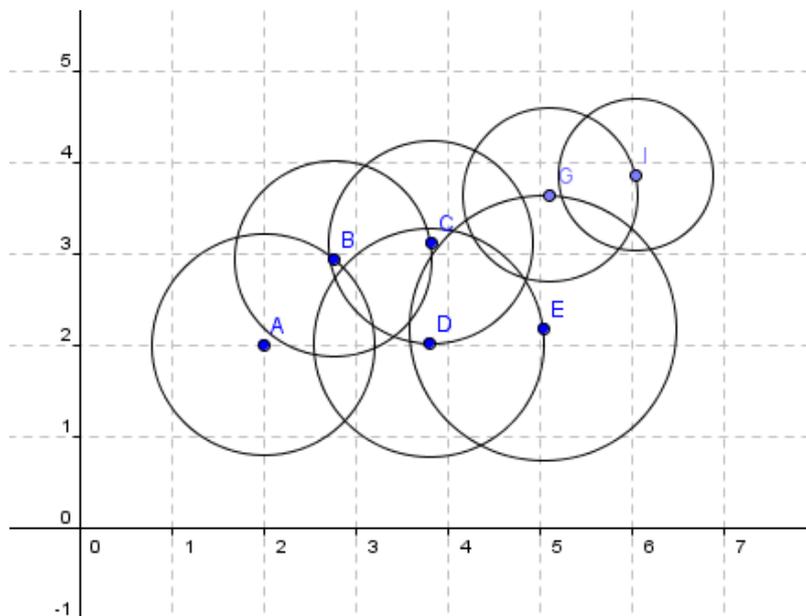


Figura 5.4: Agrupamento de Antenas.

Considerando esta situação, para se encontrar a área de cobertura não basta calcular o somatório da área de todas as antenas, conforme equação (5.2), nem mesmo as áreas de sobreposições, e sim a área de ocupação representada na Figura 5.5.

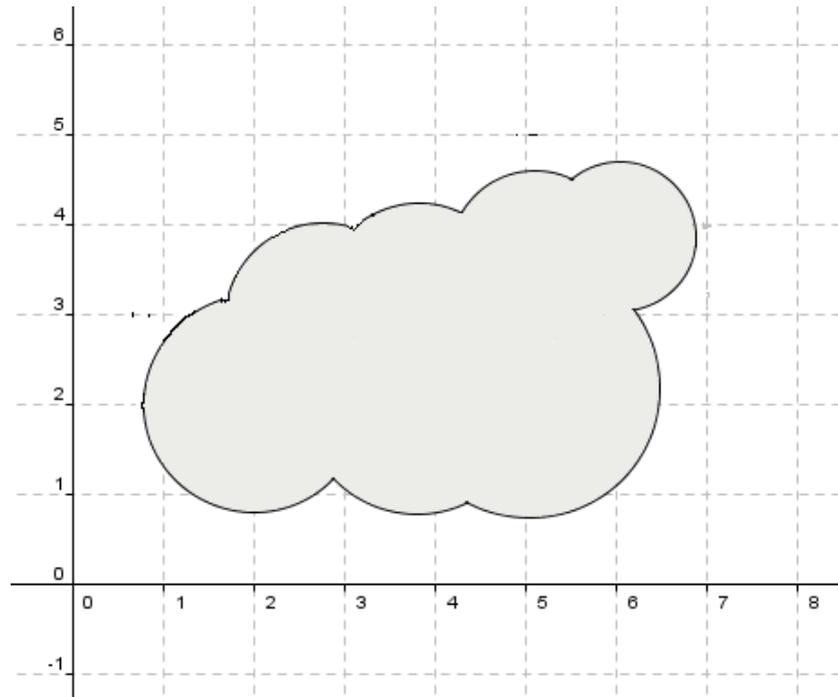


Figura 5.5: Agrupamento de antenas considerando a área de ocupação.

Assim, para obter a área de cobertura desta região a partir deste momento denominada nuvem, utilizou-se o cálculo de integrais, visto que historicamente a integração surgiu da necessidade de se calcular área de figuras compostas por linhas curvas, ou seja, não retilíneas como é o caso da área apresentada na Figura 5.5.

Uma área compreendida entre curvas tem o seguinte conceito segundo Boulos (1999): Sejam  $f(x)$  e  $g(x)$  duas funções contínuas no intervalo  $[a, b]$ , tais que  $0 \leq g(x) \leq f(x)$  para todo  $x$  no intervalo considerado, então a área da região compreendida entre os gráficos de  $f(x)$  e  $g(x)$  e pelas retas  $x = a$  e  $x = b$  é dada por:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx . \quad (5.3)$$

Entende-se que a área procurada é a diferença da área sob o gráfico de  $f(x)$  e da área sob o gráfico de  $g(x)$  no intervalo  $[a, b]$ .

Na Figura 5.6 é representada a área efetiva a ser calculada considerando a nuvem, bem como as informações que serão necessárias para efetuar o cálculo considerando o conceito de Boulos (1999).

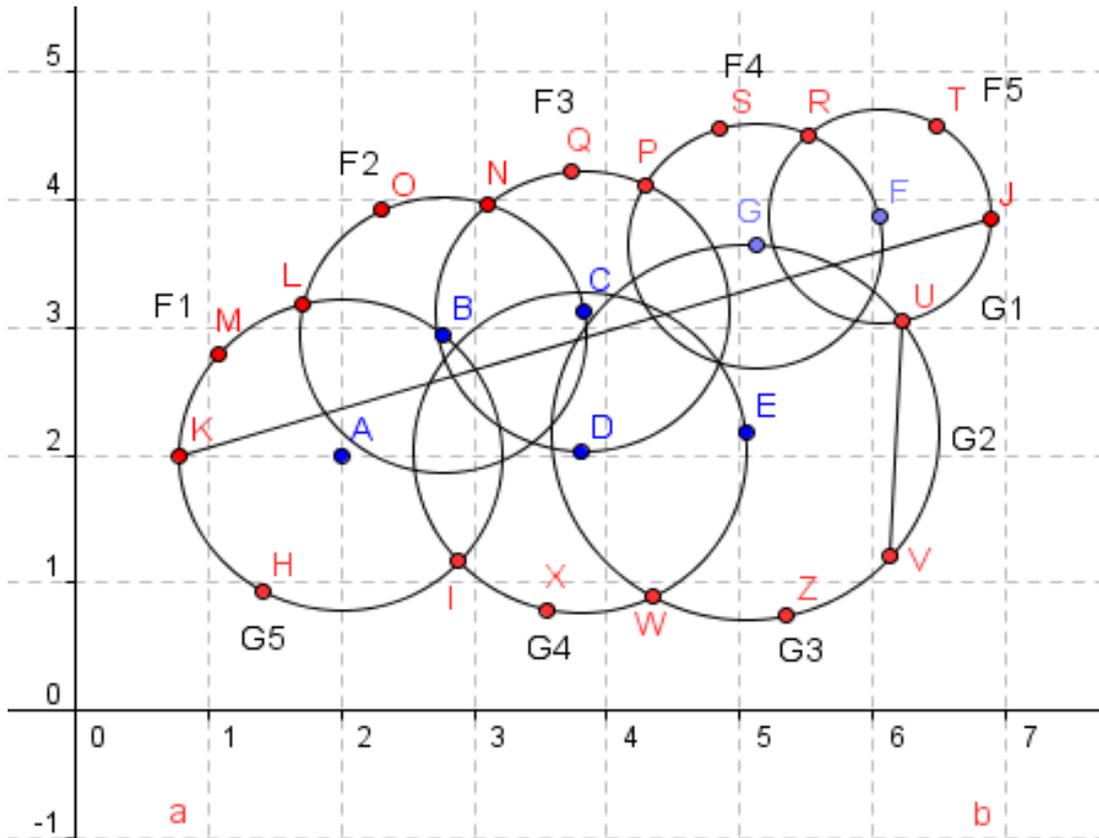


Figura 5.6: Área efetiva da nuvem considerando as informações necessárias para o cálculo da área de cobertura.

Ao aplicar o cálculo de integrais considerando a Figura 5.6, define-se duas áreas a serem calculadas, a área  $A_1$ , dada por:

$$A_1 = \int_a^b \sum_{i=1}^n F(x)_i dx. \quad (5.4)$$

Onde,  $F(x)_i$  representa as funções acima do ponto de corte  $(\overline{KJ})$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  e  $n$  é a quantidade de funções superiores. Com esta fórmula consegue-se calcular a área considerando as curvas superiores ao ponto de corte até o eixo  $x$  em um limite de integração de  $a$  até  $b$ . Em seguida determina-se uma área  $A_2$ , dada por:

$$A_2 = \int_a^b \sum_{j=1}^m G(x)_j dx. \quad (5.5)$$

Onde,  $G(x)_j$  representa as funções abaixo do ponto de corte  $(\overline{KJ})$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, m$  e  $m$  é a quantidade de funções inferiores. Com esta fórmula será possível calcular a área considerando as curvas inferiores ao ponto de corte até o eixo  $x$ , em um limite de integração de  $a$  até  $b$ . Portanto, para encontrar a área desejada, a qual representa a área de cobertura das antenas agrupadas, ou seja, área da nuvem representada por  $AN$ , realiza-se o seguinte cálculo:

$$AN = A_1 - A_2. \quad (5.6)$$

Como pode-se ter mais de uma área em formato de nuvem, precisa-se de um somatório destas áreas, sendo a equação (5.6) reescrita da seguinte forma:

$$\overline{AN} = \sum_{i=1}^s AN_i, \quad (5.7)$$

onde  $i = 1, 2, 3, \dots, s$  e  $s$  é a quantidade de nuvens.

Para se chegar a equação (5.7) é necessário vários procedimentos, os quais serão detalhados a seguir considerando a Figura 5.6:

Para encontrar a área de cobertura foi necessário criar uma estrutura de dados computacional, com o objetivo de armazenar as informações de cada antena. A estrutura é dinâmica, sem limite no número de antenas ou tamanho de raios.

Denominou-se classe *Antena*, o local que armazena em sua estrutura as coordenadas  $(x,y)$  e o raio, que representam, respectivamente, o centro e a propagação do sinal da antena. Além disso, um vetor com 360 posições foi criado para armazenar todas as coordenadas da borda da circunferência de cada antena.

Assim, para iniciar a modelagem do cálculo da área da nuvem torna-se necessário, inicialmente, encontrar as funções  $(F_1 \dots F_n)$  e  $(G_1 \dots G_m)$  que descrevem cada uma das curvas externas e, para isso, é fundamental se obter, no mínimo, três pontos pertencentes a cada uma das curvas, bem como definir um ponto de corte, que se trata de uma reta traçada sobre a área de cobertura, com o objetivo de delimitar quem é a  $F(x)$  e quem é a  $G(x)$ , mas para isso é necessário satisfazer a condição de existência das funções que formam a periferia da nuvem. Este corte considera o menor e o maior valor de  $x$ .

Quando a condição de existência da função não for satisfeita, ou seja, ocorrer o fato de se ter dois valores de  $y$  para um mesmo valor de  $x$ , como observado na Figura 5.6 no círculo E (segmento  $\overline{UV}$ ), então se considera uma reta entre o primeiro valor de  $y$  que se repete e ao invés do segundo valor de  $y$  que esta se repetindo, considera-se o ponto seguinte a ele.

O algoritmo desenvolvido para tal problema começa por realizar a varredura da área pelo menor valor de  $x$  buscando encontrar os três pontos pertencentes a cada uma das curvas  $(F_1 \dots F_n)$  e  $(G_1 \dots G_m)$ , onde em cada curva os pontos extremos são ou a intersecção entre uma antena e o ponto de corte  $(\overline{KJ})$ , ou a intersecção entre duas antenas (L, N, P, R, ...); já o ponto intermediário (M, O, Q, ...) será determinado como um valor que se encontra entre os pontos extremos. Para a definição destes três pontos, torna-se necessário o conhecimento dos 360 pontos pertencentes à circunferência a partir do centro e do raio realizando o seguinte procedimento:

- 1) Considerar a equação da circunferência:

$$(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = r^2, \quad (5.8)$$

sendo  $(a_1, b_1)$  o centro da circunferência e  $r$  o raio.

- 2) Para cada ângulo de abertura, partindo de um ângulo de  $1^\circ$  e aumentando de  $1^\circ$  em  $1^\circ$ , considera-se a equação da reta que faz intersecção com a circunferência:

$$y = cx + d; \quad c \neq 0, \quad (5.9)$$

onde,  $c = \text{tg}(\alpha)$  e  $d$  é o coeficiente linear, sendo encontrado substituindo o centro da circunferência na equação (5.9).

Tal procedimento está especificado na Figura 5.7:

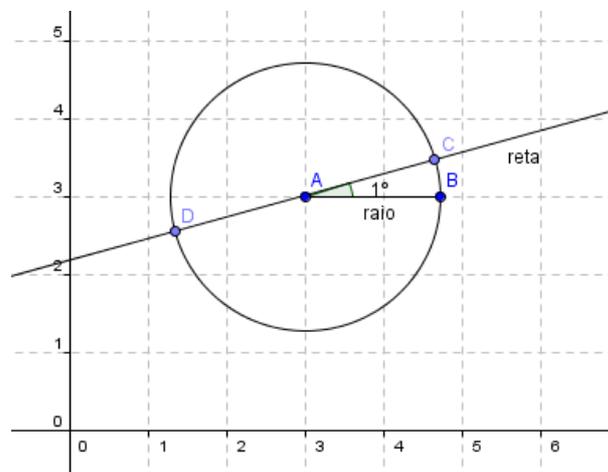


Figura 5.7: Intersecção entre a equação da reta e a equação da circunferência.

- 3) Resolver o sistema formado pela equação da reta e a equação da circunferência:

$$\begin{cases} (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \\ y = cx + d \end{cases} \quad (5.10)$$

Com a resolução deste sistema, são encontradas as coordenadas  $(x, y)$  dos pontos pertencentes à circunferência. Neste caso, são realizados 360 cálculos para cada antena alocada, descobrindo um ponto para cada ângulo de abertura. Estes pontos serão armazenados em uma estrutura de dados, para que se possa comparar com os demais pontos das outras antenas contidas na área, com o objetivo de descobrir os pontos de intersecção.

Agora, com os 360 pontos de cada antena já encontrados, à medida que o algoritmo percorre a periferia da área de cobertura ele vai buscar encontrar através destes dados armazenados os pontos de intersecção definidos anteriormente (i.e., entre duas antenas e entre

uma antena e o ponto de corte), através do cálculo do ponto de intersecção entre duas retas, representado na Figura 5.8:

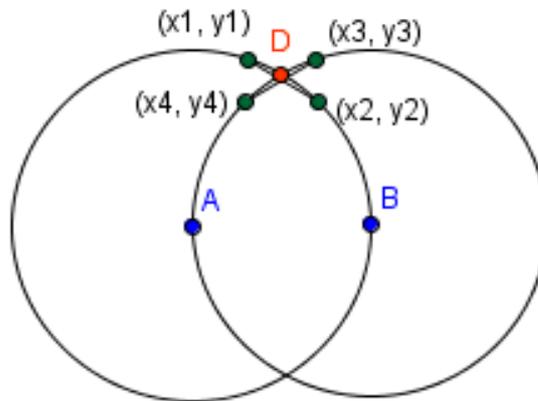


Figura 5.8: Ponto de intersecção entre duas retas.

A reta 1, denominada  $r$ , contém os pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$ . Com estes dois pontos monta-se um sistema  $\begin{cases} c_1x_1 + d_1 = y_1 \\ c_1x_2 + d_1 = y_2 \end{cases}$ , resolvendo-o encontra-se os valores de  $c_1$  e  $d_1$ , os quais formarão a equação da reta representada por:

$$c_1x + d_1 = y. \quad (5.11)$$

A reta 2, denominada  $s$ , contém os pontos  $(x_3, y_3)$  e  $(x_4, y_4)$ . Estes dois pontos formam o seguinte sistema,  $\begin{cases} c_2x_3 + d_2 = y_3 \\ c_2x_4 + d_2 = y_4 \end{cases}$ , o qual ao ser resolvido determinará os valores de  $c_2$  e  $d_2$ , que por sua vez formarão a seguinte equação da reta:

$$c_2x + d_2 = y. \quad (5.12)$$

Com as equações das retas (5.11) e (5.12), monta-se novamente um sistema do qual resultará o ponto de intersecção (D) entre as duas retas:

$$\begin{cases} c_1x + d_1 = y \\ c_2x + d_2 = y \end{cases}. \quad (5.13)$$

Assim, serão encontrados sempre dois pontos de intersecção pertencentes a cada uma das curvas, já o ponto intermediário será determinado pelo vetor que armazena os 360 pontos pertencentes a circunferência de cada antena, por um valor que se encontra entre os dois pontos intersecção.

Encontrado os três pontos pertencentes a cada uma das curvas que compõe a área de cobertura, estas curvas são então aproximadas a uma função de 2º grau, dada por:  $F(x) = mx^2 + nx + p$ , onde os pontos encontrados são denominados  $(z_1, w_1)$ ,  $(z_2, w_2)$  e  $(z_3, w_3)$ .

Monta-se então um sistema com os três pontos:

$$\begin{cases} mz_1^2 + nz_1 + p = w_1 \\ mz_2^2 + nz_2 + p = w_2 \\ mz_3^2 + nz_3 + p = w_3 \end{cases} \quad (5.14)$$

Resolve-se o sistema escrito na forma matricial,  $A\vec{x} = b$ , encontrando os valores de  $m$ ,  $n$  e  $p$ :

$$\begin{matrix} A & \vec{x} & b \\ \begin{pmatrix} z_1^2 & z_1 & 1 \\ z_2^2 & z_2 & 1 \\ z_3^2 & z_3 & 1 \end{pmatrix} & * \begin{pmatrix} m \\ n \\ p \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (5.15)$$

Com os valores de  $m$ ,  $n$  e  $p$  pode-se montar cada função de segundo grau  $F(x)$ :

$$F(x) = mx^2 + nx + p. \quad (5.16)$$

Com estas funções é possível calcular a área de cobertura da nuvem dada pela equação (5.6), detalhada anteriormente.

Para se obter a área de cobertura ( $AC$ ) considerando o posicionamento de todas as antenas, tem-se o somatório das áreas isoladas representado pela equação (5.2), mais o somatório das áreas em formato de nuvem dado pela equação (5.7), como segue abaixo:

$$AC = \overline{AI} + \overline{AN}. \quad (5.17)$$

## 5.3 Validação do Modelo Matemático

### 5.3.1. Cenários

Para a realização das simulações e extração dos resultados experimentais foram criados cinco cenários, todos eles considerando a área a ser coberta, o número de antenas, o alcance de sinal de cada antena, as estratégias de perturbação e métodos de avaliação. É importante ressaltar que os cenários e medidas são aleatórios, necessários para a simulação, entretanto, flexíveis de mudança em qualquer momento da execução. Utilizou-se como padrão para todos os cenários uma área com necessidade de cobertura equivalente a 800.000m<sup>2</sup>.

Trabalhou-se com antenas de propagação de sinal iguais (raios iguais) e também com antenas com propagação de sinal de diferentes alcances (raios diferentes). Considerou-se as antenas com raios iguais o alcance de 100 metros (raio igual a 100). Já quando se refere a antenas com alcances diferentes, utilizou-se da seguinte regra: inicia-se com uma antena com alcance de 10 metros, aumentando proporcionalmente 5 metros para as demais antenas posicionadas. Por exemplo, para 10 antenas, a primeira inicia com 10 metros de alcance, a segunda 15 metros, a terceira 20 metros e concluirá a décima antena com 55 metros de alcance, partindo do centro (raio igual a 55).

Os cenários estão descritos na Tabela 5.1, percebe-se uma variação de estratégias nas colunas referentes ao método de avaliação e tipo de perturbação. O método de avaliação trata da forma como a metaheurística vai interpretar o modelo matemático de cobertura de sinal proposto por este trabalho. Utilizou-se uma avaliação gulosa (*Greedy*) que aceita sempre resultados melhores do que o anterior e também uma estratégia baseada no método clássico de cristalização de metais (têmpera simulada, SA) ou *Simulated Annealing*, o qual considera a temperatura como um dos critérios para aceitar uma nova solução. Já o tipo de perturbação é a forma como as antenas trocam de posição. Nesse caso, as perturbações podem ser simples, livre e baseada em UDG. A troca simples permite que apenas uma antena troque de posição quando solicitado; a troca livre permite que todas as antenas troquem de posição ao mesmo tempo quando solicitado e a troca baseada em UDG é similar a simples, entretanto, a distância entre os centros das antenas deve ser igual ao valor do raio.

Tabela 5.1: Especificação dos cenários para se avaliar a convergência da metaheurística Simulated Annealing.

Cenários	Raios	Método de Avaliação	Tipo de Perturbação	Testes	Nº de Antenas
Cenário 1	Raios Iguais	S.A. e Greedy	Simples	1º	10
				2º	15
				3º	20
				4º	25
				5º	30
				6º	35
Cenário 2	Raios Iguais	S.A. e Greedy	Livre	1º	10
				2º	15
				3º	20
				4º	25
				5º	30
				6º	35

Cenário 3	Raios Iguais	S.A. e Greedy	UDG	1°	10
				2°	15
				3°	20
				4°	25
				5°	30
				6°	35
Cenário 4	Raios Diferentes	S.A. e Greedy	Simples	1°	10
				2°	15
				3°	20
				4°	25
				5°	30
				6°	35
Cenário 5	Raios Diferentes	S.A. e Greedy	Livre	1°	10
				2°	15
				3°	20
				4°	25
				5°	30
				6°	35

Em cada cenário é utilizado seis grupos de simulação contendo, respectivamente, 10, 15, 20, 25, 30 e 35 antenas, como mostra a Tabela 5.1. Para cada teste foram realizadas 5 repetições, sendo a média dos resultados analisada e avaliada, testando a convergência da metaheurística perante a área de cobertura.

É importante ressaltar que o processo de cobertura inicia com todas as antenas posicionadas no mesmo centro, caracterizando-se no pior caso de cobertura. Com o início das simulações, o modelo matemático de cobertura de sinal (equação 5.17) é usado na função de custo, a fim de convergir para uma boa solução, como mostrado na Figura 5.9.

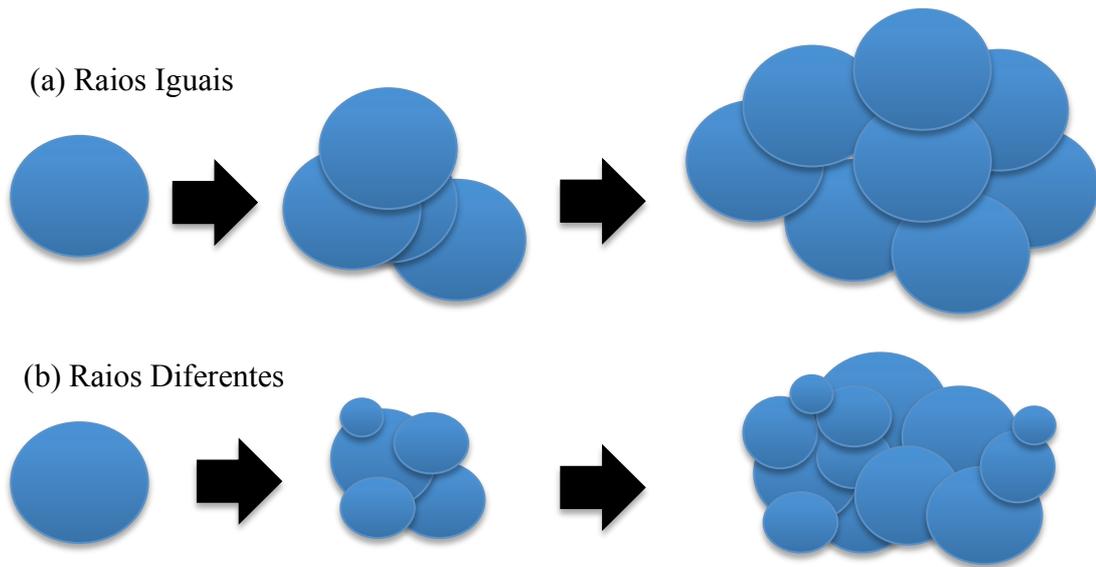


Figura 5.9: Posição inicial das antenas (sobreposição) e início da dispersão.

### 5.3.2 Metaheurística e Estratégias de Avaliação Utilizadas

A convergência da metaheurística *Simulated Annealing* (KIRKPATRICK et al., 1983) perante a área de cobertura, busca validar o modelo matemático desenvolvido. A implementação dessa metaheurística utiliza dois parâmetros de avaliação. Um desses utiliza a função de avaliação clássica, ou seja, utilizando o fator de Boltzmann (KITTEL, et. al. 1980), a outra avaliação aceita somente resultados melhores que os anteriores, o que o caracteriza como um método guloso (*Greedy*) (FERREIRA, 2010).

O algoritmo Guloso ou *Greedy* conforme Ferreira (2010), a cada iteração escolhe a melhor opção, esperando desta forma encontrar a solução ótima global do problema. Estas escolhas são definitivas, pois leva em consideração apenas a informação disponível naquela iteração, não se preocupa com escolhas anteriores ou futuras, ou seja, ele nunca reconsidera uma escolha.

É importante destacar que para ambos os métodos, SA Clássica e *Greedy*, o modelo gerado tem o objetivo de compor suas funções de custo, a fim de calcular a área de cobertura dos sinais em um determinado momento. Como o processo é dinâmico, a cada iteração da metaheurística, um novo cenário é avaliado, buscando convergir para uma boa solução em termos de cobertura. A seguir descreve-se, com detalhes, o funcionamento desta metaheurística focando o problema do posicionamento de antenas em redes sem fio.

### 5.3.2.1 Solução Inicial

Este processo necessita de uma solução inicial, a partir dela busca-se encontrar um conjunto de soluções melhores. Neste trabalho é proposta uma solução inicial do ponto de vista do pior caso, ou seja, todas as antenas sobrepostas contendo o mesmo centro  $(x,y)$ . Quando os raios das antenas forem iguais, a área de cobertura inicial se resume a área de um círculo. Já para os raios diferentes, a solução inicial retorna a área do maior círculo (pois os demais estarão sobrepostos a ele).

### 5.3.2.2 Perturbações

A perturbação é a troca de lugar das antenas, ou seja, são geradas novas coordenadas  $(x, y)$  correspondentes ao centro. Neste trabalho foram modeladas e implementadas três tipos de perturbações para ambos os métodos, vistas na Tabela 5.1, são elas: simples, livre e baseada em UDG.

*Perturbação Simples:* ocorre a perturbação de uma antena a cada iteração, a qual pode assumir qualquer nova posição dentro da área a ser coberta.

*Perturbação Livre:* a cada nova iteração ocorre a troca de posição de todas as antenas, podendo, novamente, assumir qualquer posição dentro da área especificada.

*Perturbação UDG:* o Método UDG (*Unit Disk Graph*) descrito por Kuhn et. al, (2003) determina que a distância entre os raios (iguais) seja igual ou menor que o raio, desta forma encontra-se sempre uma área de cobertura homogênea, ou seja, os sinais das antenas sempre irão se sobrepor. Neste trabalho, modificou-se o método UDG, sendo possível utilizá-lo apenas para antenas com raios iguais. Neste caso, a perturbação ocorre da seguinte forma: escolhe-se de forma aleatória uma antena para trocar de posição e outra para receber esta antena. A antena que recebe sorteia um dos pontos de sua circunferência, o qual será o novo centro da antena perturbada, ou seja, a distância entre os centros será igual ao valor do raio.

### 5.3.2.3 Função Custo

A cada perturbação o modelo matemático, desenvolvido nesta dissertação, calcula a área de cobertura das antenas. A função de custo é o parâmetro a ser avaliado e é caracterizado pela seguinte expressão:

$$AF = AT - AC .$$

Onde,

$AF$  = Área que falta cobrir;

$AT$  = Área total a ser coberta;

$AC$  = Área coberta.

### 5.3.2.4 Função de Avaliação

Neste trabalho é utilizada duas estratégias de avaliação do modelo matemático proposto, *Greedy* (FERREIRA, 2010) e SA Clássica (METROPOLIS et al., 1953), as quais estão representadas na Tabela 5.2 e descritas em detalhes a seguir:

- *Greedy*: Este tipo de avaliação aceita somente resultados melhores que os anteriores, o que o caracteriza como um método guloso. Para o problema da alocação das antenas, a função *Greedy* aceita sempre soluções de cobertura melhores do que as anteriores.
- Clássica: Nessa estratégia avalia-se a aceitação da solução atual, ou seja, a área de cobertura calculada na função de custo, em comparação com a solução anterior. Nesse caso, considera-se a probabilidade conforme apresentada por Metropolis et al. (1953):

$$P(\Delta s) = \exp(-\Delta s/T) .$$

Se  $\Delta s = S_j - S_i$  for menor que zero, a solução  $j$  que se refere à solução atual será aceita como a nova solução corrente. Caso contrário, a solução atual somente será aceita se:

$$P(\Delta s) > \text{random}(0, 1) .$$

Neste caso, segue-se o seguinte esquema:

- d) Gera-se um número aleatório no intervalo  $[0, 1]$ .
- e) Se este número for menor ou igual a “ $P(\Delta s)$ ”, aceita-se a solução.
- f) Se for maior que “ $P(\Delta s)$ ”, rejeita-se a solução.

### 5.3.2.5 Desfazer Perturbação

Em caso de rejeição da nova posição das antenas, por parte da avaliação, a situação anterior das antenas é reconstituída.

### 5.3.2.6 Temperatura Inicial

A temperatura inicial é um dos parâmetros mais complexos dessa metaheurística. Ele pode ser adaptativo ou absoluto. Para os experimentos dessa dissertação utilizou-se o parâmetro absoluto equivalente a  $10000^\circ$ . O foco é testar a convergência da metaheurística perante o modelo matemático proposto para calcular a área de cobertura.

### 5.3.2.7 Tamanho do Problema

O tamanho do problema é determinado pelo número de antenas utilizadas para cobrir a área desejada. Neste trabalho considera-se o posicionamento de 10, 15, 20, 25 e 30 antenas.

### 5.3.3 Estudo da Complexidade

A complexidade de um algoritmo consiste no esforço computacional necessário para executá-lo. Ela mede a quantidade de trabalho, considerando o tempo de execução ou a quantidade de memória requerida. Assim, as medidas de complexidade utilizadas são o tempo e o espaço, ambas necessárias para a execução de uma tarefa.

Pode-se determinar a complexidade de um algoritmo de forma empírica, basta medir experimentalmente a quantidade de trabalho (tempo e memória) utilizada para resolver uma determinada tarefa. Contudo, uma medida empírica é muito dependente da máquina usada nos experimentos, assim como, a linguagem de programação utilizada e a forma como o algoritmo foi implementado (TOSCANI, 2012).

Neste trabalho é validado o modelo matemático de cobertura de sinais, não sendo o seu foco a captura maciça de tempo de execução, ou demonstrar se uma implementação é mais rápida que outra. Neste sentido, a análise da complexidade considera o código desenvolvido. A implementação do *Simulated Annealing* foi estruturada por meio de dois laços de repetição. Entretanto, inúmeros são os parâmetros a serem considerados no momento de medir a complexidade dessa metaheurística.

Na implementação do *Simulated Annealing* proposta nesse trabalho não utilizou-se algoritmos adaptativos. Considerou-se o tamanho do problema como sendo um fator determinante para o número de iterações a serem realizadas, o que o caracteriza como tendo uma complexidade polinomial.

## 5.4 Resultados Experimentais

Os resultados experimentais foram extraídos a partir dos cenários descritos na Seção 5.3.1. Todos os cenários, além da metaheurística *Simulated Annealing* com os métodos de avaliação SA Clássica e *Greedy* foram implementados na Linguagem C++. Para cada teste foram executadas 5 repetições, sendo que a análise e avaliação dos resultados ocorreram com a média aritmética desses valores. Para cada simulação, foram gerados relatórios contendo a posição física final das antenas, alcance do sinal (raio), dimensões da área utilizada para as simulações, área coberta, área não coberta e área efetiva.

Na Tabela 5.2 é apresentado todos os resultados da perturbação simples com raios iguais, utilizando as estratégias *Greedy* e SA Clássica. Os valores encontrados na estratégia de perturbação simples utilizando a metodologia SA Clássica variam em média 1,22%, mas, não mais que 2,40%, já os valores encontrados nas repetições da metodologia *Greedy* variam em média 1,80% e no máximo 3,08%.

Tabela 5.2: Dados experimentais da área de cobertura (m<sup>2</sup>) do cenário 1 - raios iguais, perturbação simples e estratégias *Greedy* e SA Clássica.

Raios	Perturbação	Número de Antenas					
		10	15	20	25	30	35
Raios Iguais	Simples (S.A.)	313.643	462.885	581.710	667.654	714.989	738.022
		313.646	464.206	587.160	666.012	711.487	741.475
		313.647	467.647	594.188	648.429	700.372	738.696
		313.645	466.999	593.840	652.444	713.332	739.666
		313.652	466.998	593.842	662.448	714.213	741.687
Desvio Padrão	3,36	2.080,15	5.561,60	8.513,02	6.016,47	1.635,12	
<b>Média</b>		<b>313.646,60</b>	<b>465.747</b>	<b>590.148</b>	<b>659.397,40</b>	<b>710.878,60</b>	<b>739.909,20</b>
Raios Iguais	Simples ( <i>Greedy</i> )	313.648	467.144	580.083	656.313	717.854	731.892
		313.644	468.921	591.052	649.780	704.543	734.671
		313.645	465.329	599.893	664.672	722.613	737.279
		313.646	464.503	586.184	658.303	701.180	733.555
		313.647	458.450	575.241	646.768	713.950	725.508
Desvio Padrão	1,58	3.973,14	9.593,42	7.089,70	8.991,42	4.412,76	
<b>Média</b>		<b>313.646</b>	<b>464.869,40</b>	<b>586.490,60</b>	<b>655.167,20</b>	<b>712.028</b>	<b>732.581</b>

Com os dados da Tabela 5.2, é possível analisar a convergência da metaheurística *Simulated Annealing* utilizando a estratégia de perturbação simples com os métodos de avaliação SA Clássica e *Greedy*. Os gráficos (a) e (b) apresentados na Figura 5.10 mostram a área de cobertura inicial e os resultados finais alcançados para cada um dos testes realizados.

Ressalta-se que todas as antenas iniciam o processo na mesma posição. Nessa simulação, como trata-se de raios iguais e estando todas as antenas sobrepostas, a área inicial começa com 31.400 m<sup>2</sup>, ou seja, a área de uma antena. A convergência foi analisada comparando a área de cobertura inicial e a média da área de cobertura final de cada teste realizado. Percebe-se que para ambos os casos, a metaheurística apresentou uma boa convergência na avaliação do modelo matemático proposto, pois a medida que se aumenta o número de antenas posicionadas maior é a área de cobertura, o que mostra a dispersão das antenas. Com 35 antenas a estratégia de perturbação simples utilizando o método SA Clássico cobriu em média 92,49% da área total de 800.000m<sup>2</sup>, já o método *Greedy* cobriu em média 91,57% da área total.

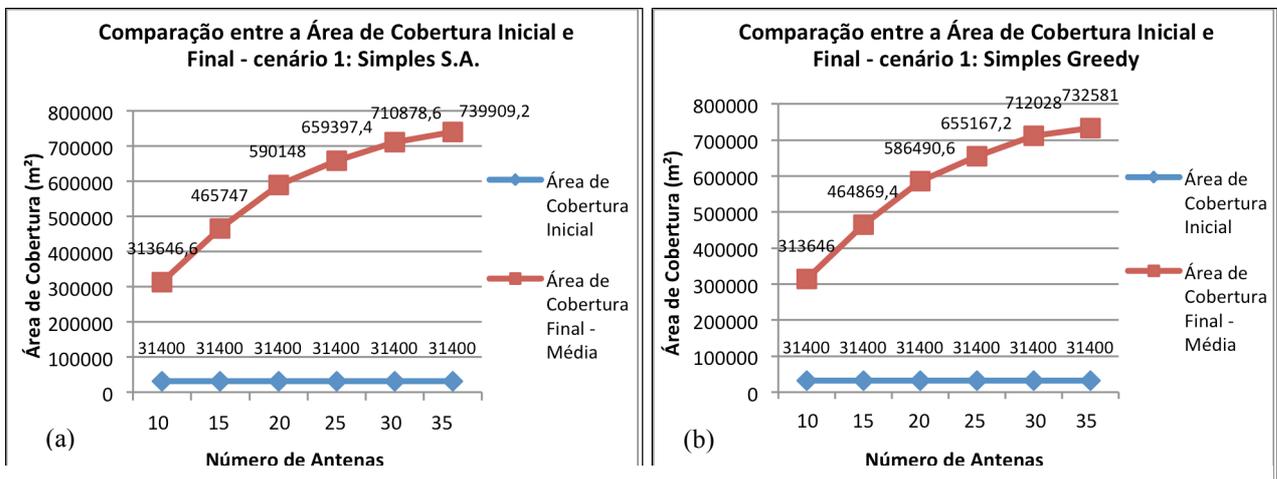


Figura 5.10: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação simples.

Na Figura 5.11, comparou-se a média de área de cobertura final dos métodos SA Clássica e *Greedy* a partir da perturbação simples. Percebe-se que os valores da área de cobertura para ambos os métodos de avaliação são muito próximos, variam em no máximo 0,6%. Contudo, observa-se que a estratégia de perturbação simples com o método SA Clássico cobre uma área maior em 66,7% dos testes. Isso ocorre, pois o método *Greedy* pode tomar algumas decisões precipitadas no momento da avaliação da função de custo, podendo desta forma ficar restrito a uma determinada área. Mas como a diferença de valores de cobertura de área entre os dois métodos é pequena, comprova-se para este cenário, que o modelo proposto é eficiente para ambos os casos.

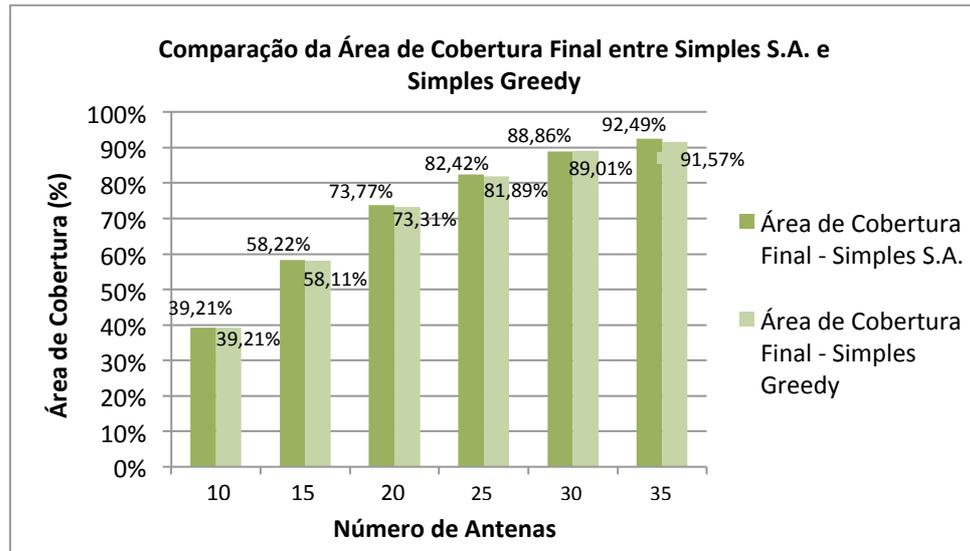


Figura 5.11: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação simples.

Na Tabela 5.3 apresenta-se os dados referentes ao cenário 2, o qual considera raios iguais, perturbação livre e os métodos *Greedy* e SA Clássica. Ressalta-se que a perturbação livre troca a posição de todas as antenas sempre que a função de custo é avaliada. A diferença percentual dos valores das 5 repetições de cada um dos testes considerando a estratégia de perturbação livre utilizando a metodologia SA Clássica variam em média 2,10%, limite superior de 3,13%. Já considerando a metodologia *Greedy* estes valores variam em média 1,58% e no máximo 3,41%.

Tabela 5.3: Dados experimentais da área de cobertura (m<sup>2</sup>) do cenário 2 - raios iguais, perturbação livre e estratégias Greedy e SA Clássica.

Raios	Perturbação	Número de Antenas					
		10	15	20	25	30	35
Raios Iguais	Livre (S.A.)	311.045	403.791	478.697	529.881	578.015	593.322
		303.576	410.278	494.011	534.383	570.700	603.106
		300.787	406.590	490.386	538.997	578.849	615.857
		299.776	421.110	479.123	529.624	574.506	604.421
		301.845	411.557	477.661	554.614	577.755	609.264
Desvio Padrão	4.495,99	6.593,57	7.633,61	10.306,87	3.375,39	8.309,12	
	<b>Média</b>	<b>303.405,80</b>	<b>410.665,20</b>	<b>483.975,60</b>	<b>537.499,80</b>	<b>575.965</b>	<b>605.194</b>
Raios Iguais	Livre (Greedy)	304.090	409.080	484.628	523.763	578.497	611.348
		306.089	398.056	469.868	527.906	574.183	605.324
		305.115	415.508	484.014	522.200	574.478	606.414
		302.771	425.355	486.933	528.462	575.561	601.559
		297.739	408.503	473.881	531.458	575.489	605.860
Desvio Padrão	3.271,26	10.042,48	7.510,08	3.743,56	1.707,67	3.497,16	
	<b>Média</b>	<b>303.160,80</b>	<b>411.300,40</b>	<b>479.864,80</b>	<b>526.757,80</b>	<b>575.641,60</b>	<b>606.101</b>

Os dados da Tabela 5.3 são representados na Figura 5.12 para que seja possível visualizar a convergência da metaheurística para os métodos SA Clássica e *Greedy* utilizando a perturbação livre. Nos gráficos (a) e (b) encontra-se a área de cobertura inicial de cada um dos testes realizados, ou seja, 31.400 m<sup>2</sup> (valor do maior raio), a qual é comparada com o resultado final da cobertura de sinal, após a execução da metaheurística. Observa-se que para ambos os casos a metaheurística apresentou boa convergência, pois a medida que se aumenta o número de antenas posicionadas maior é a área de cobertura. Com 35 antenas a perturbação livre com o método SA Clássico cobriu em média 75,65% da área total de 800.000m<sup>2</sup>, já o método *Greedy* cobriu em média 75,76% desta área total. A estratégia de perturbação livre em comparação com a simples obteve resultados de cobertura de área inferiores. Percebe-se, nesse caso, que a perturbação livre, em comparação com a simples, não apresentou-se como sendo uma boa estratégia de troca. Isso ocorre, pois a estratégia livre muda completamente o panorama de cobertura a cada perturbação, o que torna mais complicada a convergência.

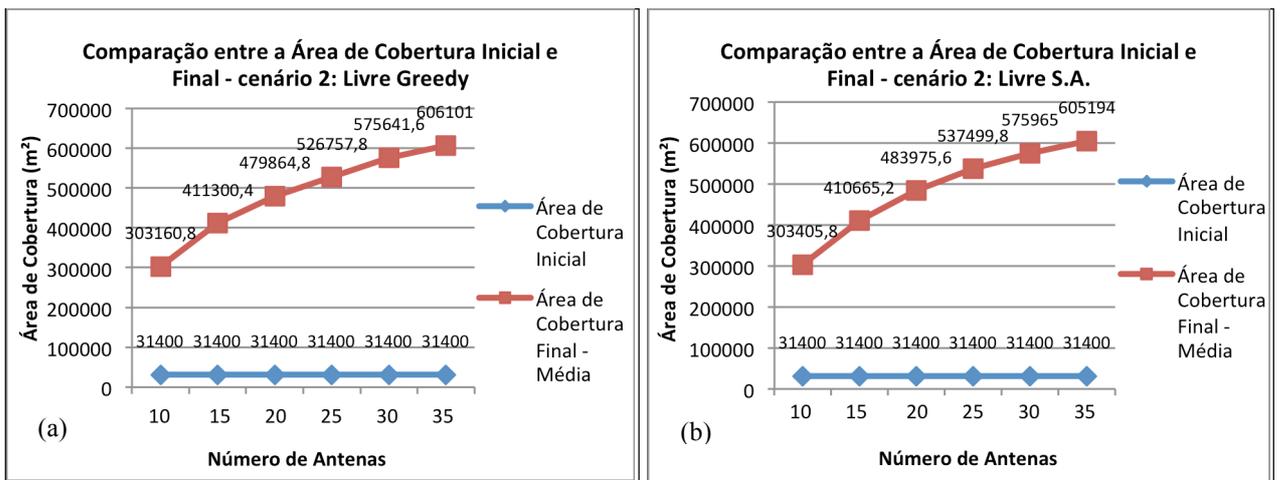


Figura 5.12: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação livre.

Na figura 5.13, comparou-se a média de área de cobertura final da estratégia de perturbação livre utilizando os métodos propostos, SA Clássico e *Greedy*. Percebe-se que os valores da área de cobertura para ambos os métodos de avaliação são muito próximos, variam em no máximo 1,4% . Já a estratégia de perturbação livre executada no método SA Clássico cobre uma área maior em 66,7% dos testes, neste caso, nos cenários com 10, 20, 25 e 30 antenas. Esse comportamento ocorre, em alguns casos, pois o método *Greedy* aceita, somente, resultados melhores que os anteriores. Assim, utilizando a estratégia livre, as mudanças constantes de panorama de cobertura influenciaram negativamente as novas posições das antenas.

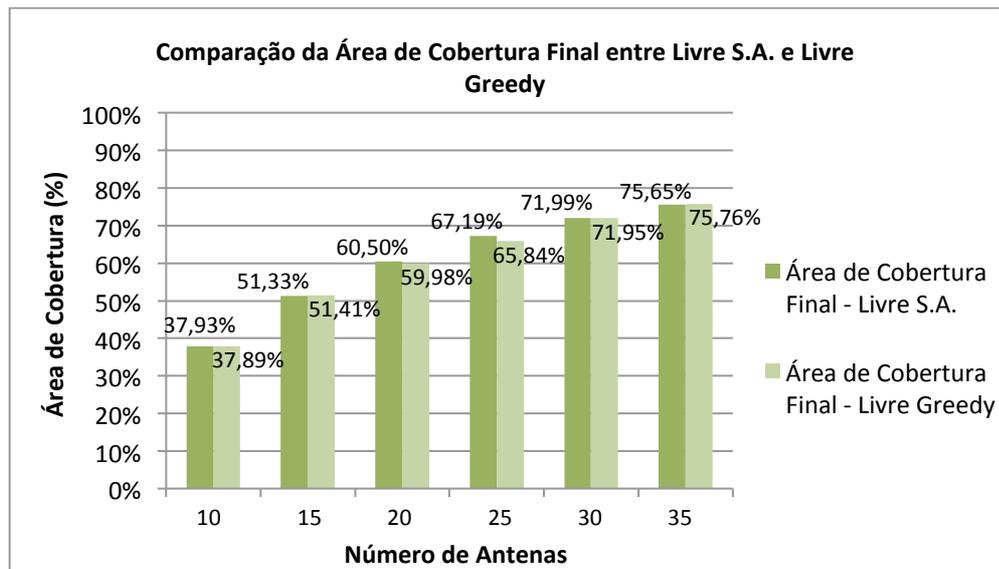


Figura 5.13: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação livre.

Na Tabela 5.4 é mostrado todos os resultados da perturbação baseada em UDG com raios iguais, utilizando as estratégias *Greedy* e SA Clássica. Ressalta-se que a estratégia de perturbação UDG é similar a simples, entretanto, a antena não pode sair da sobreposição de outra antena. Os valores encontrados nas 5 repetições de cada teste realizado com a estratégia de perturbação baseada em UDG utilizando a metodologia SA clássica variam em média 1,13%, mas não mais que 2,50%, já os valores encontrados nas repetições da metodologia *Greedy* variam em média 1,21% e no máximo 2,11%.

Tabela 5.4: Dados experimentais da área de cobertura (m<sup>2</sup>) do cenário 3 - raios iguais, perturbação baseada em UDG e estratégias Greedy e SA Clássica.

Raios	Perturbação	Número de Antenas					
		10	15	20	25	30	35
Raios Iguais	UDG (S.A.)	287.423	432.379	557.772	644.237	708.166	723.159
		285.629	434.458	550.064	642.463	689.649	718.691
		283.627	446.976	555.985	642.461	709.633	722.632
		286.568	441.313	554.464	644.356	704.129	723.691
		287.631	445.237	556.763	641.433	708.629	720.689
Desvio Padrão	1.629,59	6.453,32	3.017,17	1.265,18	8.313,74	2.062,24	
	<b>Média</b>	<b>286.175,60</b>	<b>440.072,60</b>	<b>555.009,60</b>	<b>642.990</b>	<b>704.041,20</b>	<b>721.772,40</b>
Raios Iguais	UDG (Greedy)	297.621	453.274	554.644	628.347	685.342	725.720
		295.902	450.097	557.818	636.987	702.236	723.078
		301.162	436.821	549.881	641.335	686.872	717.554
		300.562	440.321	549.267	637.333	701.072	720.098
		301.432	438.821	551.691	630.235	701.768	718.231
Desvio Padrão	2.447,65	7.331,21	3.560,73	5.393,85	8.563,39	3.425,34	
	<b>Média</b>	<b>299.335,80</b>	<b>443.866,80</b>	<b>552.660,20</b>	<b>634.847,40</b>	<b>695.458</b>	<b>720.936,20</b>

Na Figura 5.14 é visualizado os dados da Tabela 5.4 e analisado a tendência da cobertura de sinal utilizando a estratégia de perturbação baseada em UDG com os métodos de avaliação SA Clássica e *Greedy*. Durante as simulações percebeu-se que, em alguns testes, haviam antenas isoladas. Isso ocorre por causa da formulação da estratégia, pois sorteia-se aleatoriamente uma antena para receber a intersecção de outra antena. Entretanto, a antena que recebe a intersecção também pode ser escolhida para trocar de posição em uma próxima iteração da metaheurística, deixando-se a outra antena isolada. Mesmo com esta característica, a estratégia UDG apresentou boa convergência, como pode-se perceber pelos valores de cobertura utilizando um cenário com 35 antenas, com a metodologia SA Clássica cobriu-se em média 90,22% da área total, já com a metodologia *Greedy* cobriu-se em média 90,12% da área total de 800.000m<sup>2</sup>.

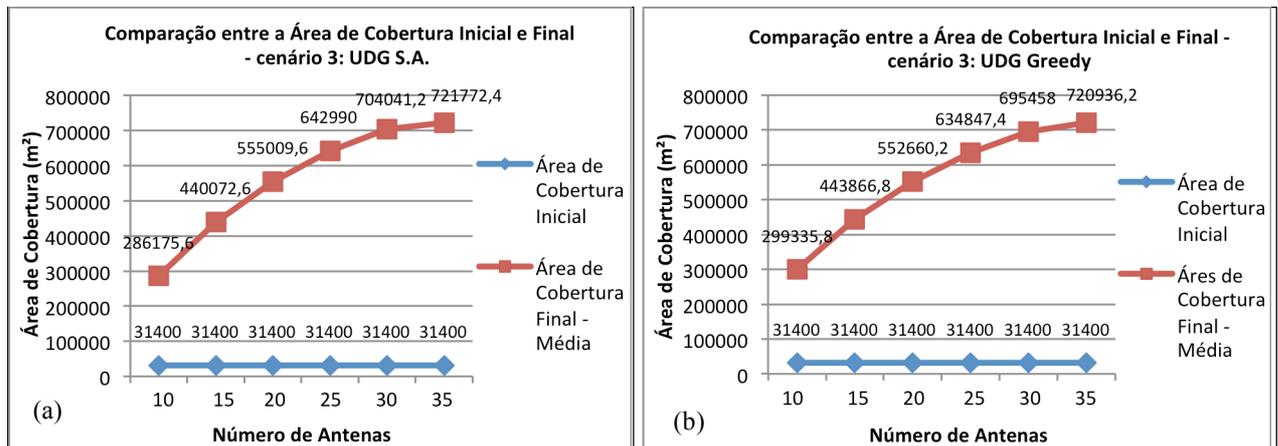


Figura 5.14: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação baseada em UDG.

Na Figura 5.15, comparou-se a média de área de cobertura final da estratégia de perturbação baseada em UDG utilizando os métodos SA Clássico e *Greedy*. Percebe-se que os valores da área de cobertura para ambos os métodos de avaliação são muito próximos, variam em no máximo 1,7%. Observa-se que a estratégia baseada em UDG executada na metodologia SA clássica cobre uma área maior em 66,7% dos testes para 20, 25, 30 e 35 antenas.

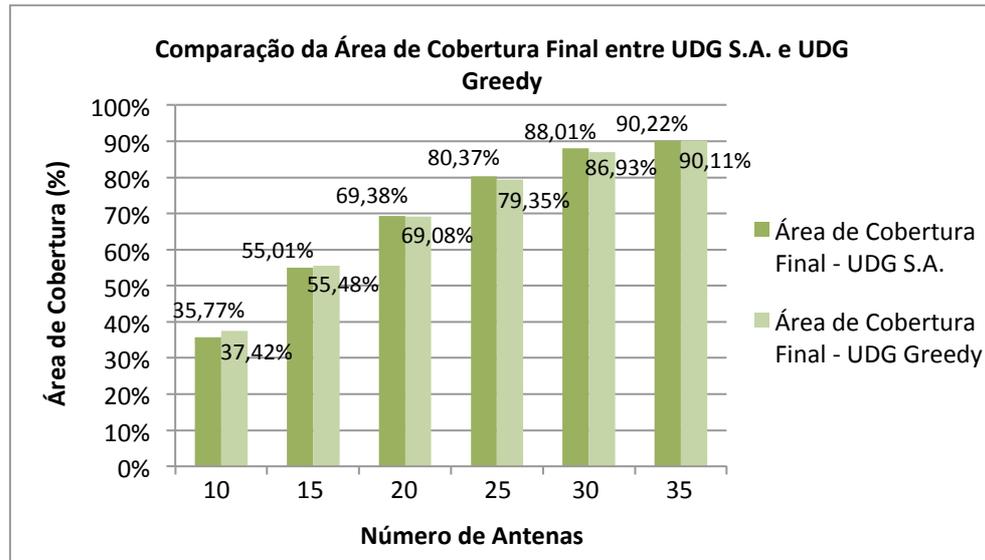


Figura 5.15: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação baseada em UDG.

Na Tabela 5.5 é apresentado os resultados da estratégia de perturbação simples com raios diferentes, utilizando os métodos *Greedy* e SA Clássica. Considerando os valores encontrados nas 5 repetições de cada teste realizado com a estratégia de perturbação simples utilizando a metodologia SA Clássica, estes variam em média 1,04%, mas não mais que 2,36%, já os valores encontrados nas repetições da metodologia *Greedy*, estes variam em média 0,71% e no máximo 2,25%.

Tabela 5.5: Dados experimentais da área de cobertura (m<sup>2</sup>) do cenário 4 - raios diferentes, perturbação simples e estratégias Greedy e SA Clássica.

Raios	Perturbação	Número de Antenas					
		10	15	20	25	30	35
Raios Diferentes	Simples (S.A.)	39.550	117.245	259.652	475.784	711.967	755.492
		39.548	117.250	254.691	486.263	709.430	747.600
		39.553	117.248	259.644	480.298	711.627	759.435
		39.550	117.247	259.644	482.774	693.073	763.176
		39.551	117.249	259.645	478.616	695.491	758.330
Desvio Padrão		2	2	2.216	3.997	9.252	5.837
<b>Média</b>		<b>39.550,30</b>	<b>117.247,50</b>	<b>258.654,90</b>	<b>480.746,60</b>	<b>704.317,40</b>	<b>756.806,60</b>
Raios Diferentes	Simples (Greedy)	39.549	117.252	259.639	478.713	690.768	755.309
		39.551	114.249	259.646	481.016	693.300	756.848
		39.548	117.247	259.643	481.103	679.742	749.646
		39.549	117.245	259.639	479.703	693.329	760.078
		39.551	117.248	259.631	480.332	674.981	756.637
Desvio Padrão		1	1.341	6	994	8.506	3.813
<b>Média</b>		<b>39.549,50</b>	<b>116.648,20</b>	<b>259.639,40</b>	<b>480.173,30</b>	<b>686.423,80</b>	<b>755.703,30</b>

Com os dados da Tabela 5.5 foi gerada a Figura 5.16, a qual apresenta o estado inicial e final da cobertura de sinal. Nesse cenário, ao contrário dos demais apresentados, trabalha com antenas de alcances diferentes. Assim, a área inicial será a área da antena de maior alcance (raio). Pela especificação do cenário, a área inicial dos 6 testes são: 10 antenas corresponde a uma área de 9.499m<sup>2</sup>, com 15 antenas a área passa a ser de 20.096m<sup>2</sup>, com 20 antenas área de 34.619m<sup>2</sup>, com 25 antenas área de 53.066m<sup>2</sup>, com 30 antenas área de 75.439m<sup>2</sup> e para 35 antenas área de 101.736m<sup>2</sup>. O gráfico foi gerado comparando a área de cobertura inicial e a média da área de cobertura final de cada teste realizado. Com 35 antenas a estratégia de perturbação simples utilizando a metodologia SA Clássica cobriu em média 94,60% da área total, já a estratégia simples com o método *Greedy* teve uma média de cobertura de 94,46% da área total.

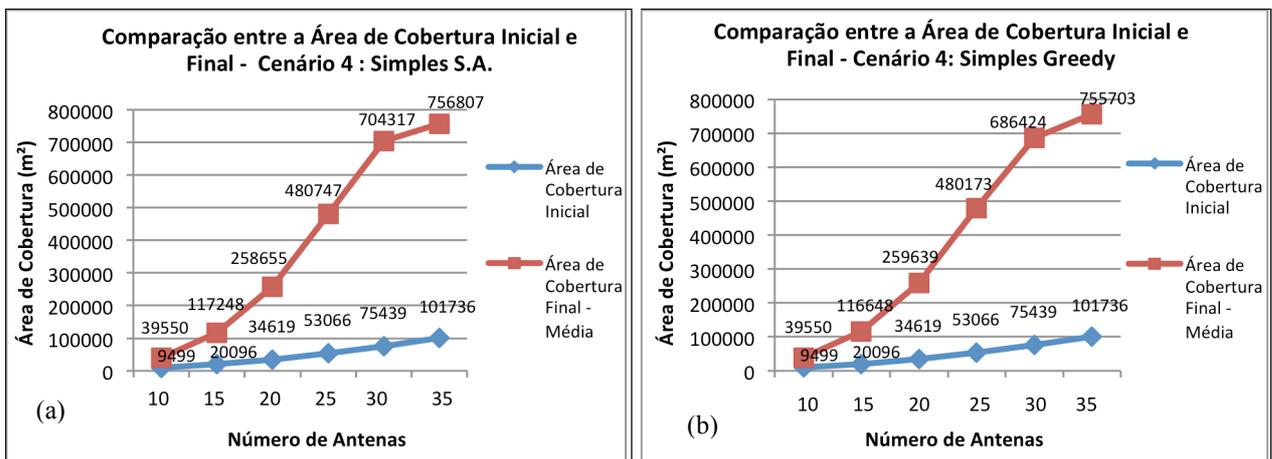


Figura 5.16: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação simples com raios diferentes.

Na Figura 5.17, comparou-se a média de área de cobertura final da estratégia de perturbação simples utilizando as metodologias SA Clássica e *Greedy*. Percebe-se, novamente, que os valores da área de cobertura para ambos os métodos de avaliação são muito próximos, variam em no máximo 2,3%. Já a metodologia SA Clássica cobre uma área maior em 66,7% dos testes, neste caso, com 15, 25, 30 e 35 antenas.

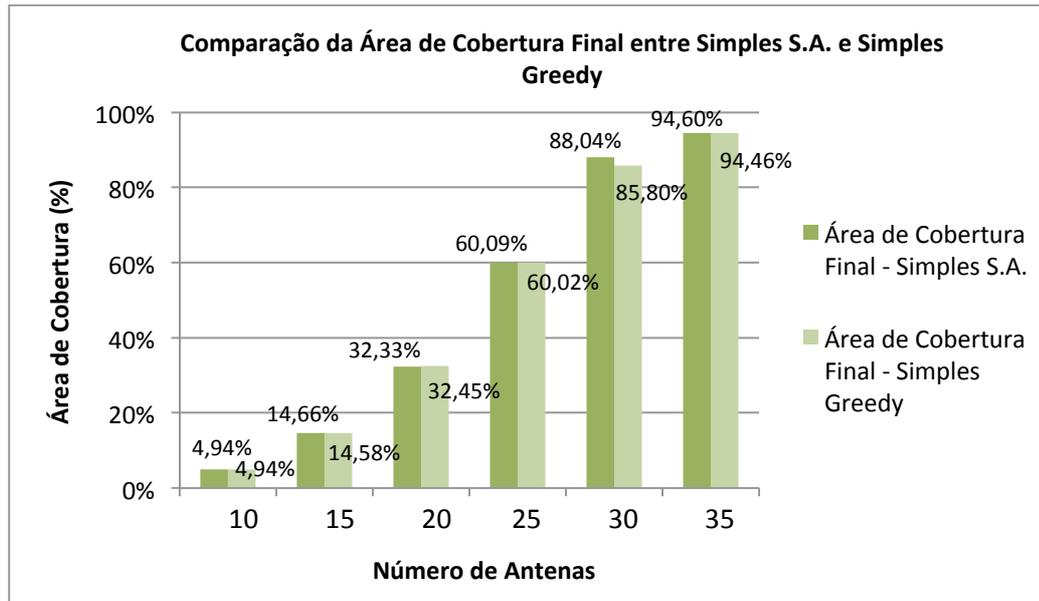


Figura 5.17: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação simples com raios diferentes.

Na Tabela 5.6 é apresentado todos os resultados da estratégia de perturbação livre com raios diferentes, utilizando os métodos de avaliação *Greedy* e SA Clássica. Considerando os valores encontrados nas 5 repetições de cada teste realizado com a estratégia de perturbação livre utilizando a metodologia SA Clássica, estes variam em média 1,48%, não mais que 4,67%, já os valores encontrados nas repetições da metodologia *Greedy*, estes variam em média 1,50% e no máximo 3,93%.

Tabela 5.6: Dados experimentais da área de cobertura ( $m^2$ ) do cenário 5 - raios diferentes, perturbação livre e estratégias Greedy e SA Clássica.

Raios	Perturbação	Número de Antenas					
		10	15	20	25	30	35
Raios Diferentes	Livre (S.A.)	39.549	117.244	253.650	422.146	545.627	621.664
		39.550	117.243	248.777	418.654	549.107	637.337
		39.549	117.243	254.185	418.616	570.327	631.042
		39.549	117.243	253.835	422.290	553.560	616.993
		39.551	117.243	252.074	421.883	566.217	654.358
	Desvio Padrão	1	0	2.235	1.907	10.794	14.671
	<b>Média</b>	<b>39.549,50</b>	<b>117.242,80</b>	<b>252.504</b>	<b>420.717,60</b>	<b>556.967,20</b>	<b>632.278,60</b>
Raios Diferentes	Livre (Greedy)	39.551	117.244	249.416	406.007	564.114	634.307
		39.553	117.244	253.505	418.406	535.857	624.578
		39.550	117.243	256.727	413.967	546.643	614.232
		39.549	117.242	253.476	419.039	551.950	624.661
		39.549	117.241	251.096	419.433	566.792	623.612
	Desvio Padrão	2	1	2.771	5.675	12.739	7.110
	<b>Média</b>	<b>39.550,20</b>	<b>117.242,70</b>	<b>252.843,80</b>	<b>415.370,10</b>	<b>553.070,80</b>	<b>624.277,90</b>

Os dados referentes ao cenário 5 são apresentados na Tabela 5.6. Na figura 5.18, nos gráficos (a) e (b), compara-se o estado de cobertura inicial e final da simulação, considerando antenas com raios diferentes. Ambos os métodos, SA Clássico e *Greedy*, conseguiram dispersar as antenas, aumentando a área de cobertura. Com 35 antenas a estratégia de perturbação livre utilizando a metodologia SA Clássica cobriu em média 79,03% da área total de 800.000m<sup>2</sup>, já a metodologia *Greedy* cobriu em média 78,03% desta área.

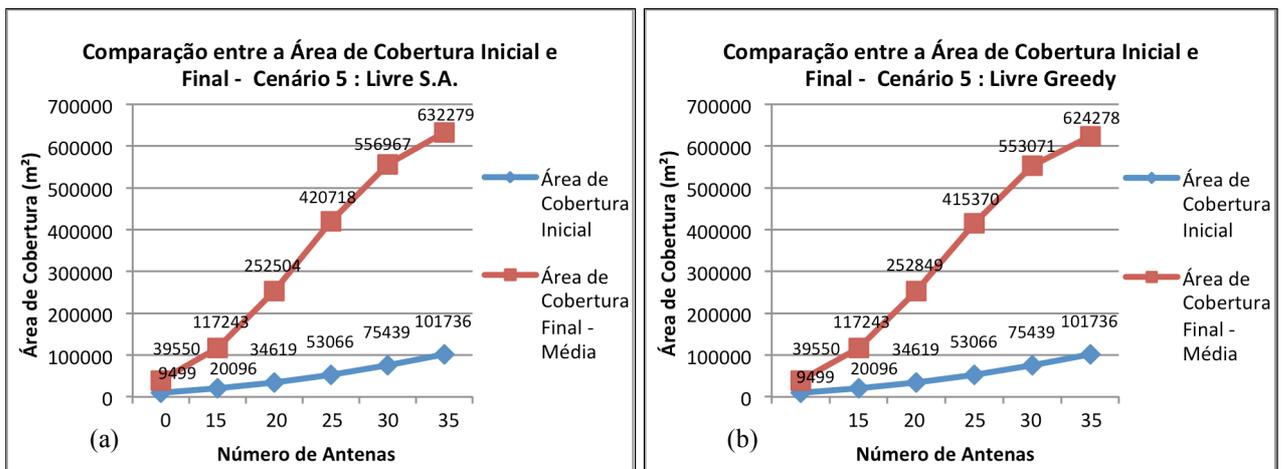


Figura 5.18: Comparação entre os métodos Greedy e SA Clássico utilizando a estratégia de perturbação livre com raios diferentes.

Na Figura 5.19 é feita a comparação entre média da área de cobertura final das metodologias SA e *Greedy* utilizando estratégia de perturbação livre. Observa-se que os valores da área de cobertura para ambos os métodos de avaliação são muito próximos, variam em no máximo 1% da cobertura.

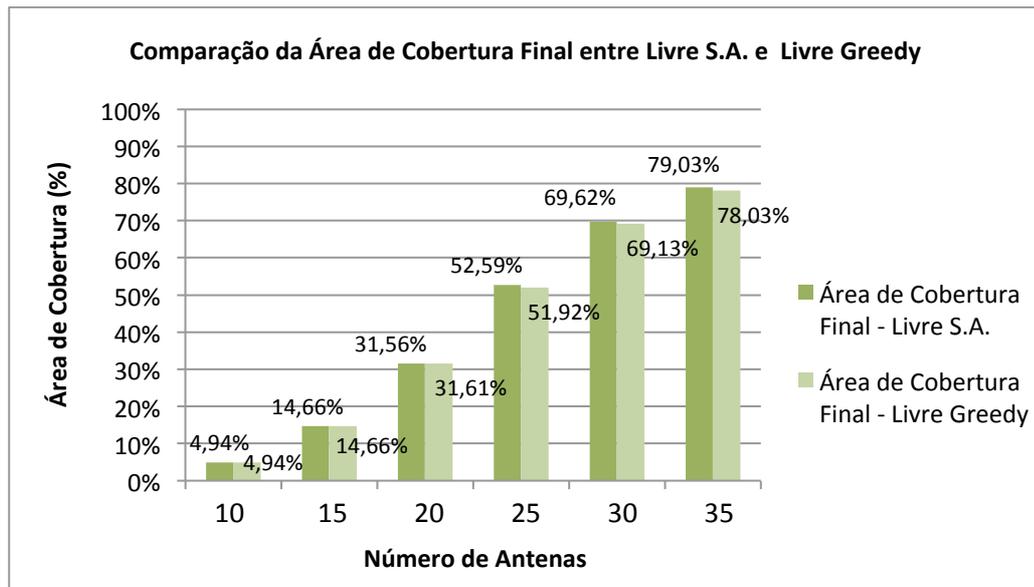


Figura 5.19: Comparação entre a área de cobertura final dos métodos SA Clássico e Greedy utilizando a estratégia de perturbação livre com raios diferentes.

Na Tabela 5.7 é apresentado um resumo da média aritmética de cobertura no posicionamento de antenas com raios iguais e antenas com raios diferentes, considerando as estratégias de perturbação e os métodos de avaliação.

Tabela 5.7: Representação das médias de área de cobertura ( $m^2$ ) para todos os cenários.

Raios	Cenários	Perturbação	Número de Antenas					
			10	15	20	25	30	35
Raios Iguais	Cenário 1	Simple S.A.	313.646,60	465.747	590.148	659.397,40	710.878.60	739.909,20
		Simple Greedy	313.646	464.869,40	586.490,60	655.167,20	712.028	732.581
	Cenário 2	Livre S.A.	303.405,80	410.665,20	483.975,60	537.499,80	575.965	605.194
		Livre Greedy	303.160,80	411.300,40	479.864,80	526.757,80	575.641.60	606.101
	Cenário 3	UDG S.A.	286.175,60	440.072,60	555.009,60	642.990	704.041.20	721.772,40
		UDG Greedy	299.335,80	443.866,80	552.660,20	634.847,40	695.4580	720.936,20
Raios Diferentes	Cenário 4	Simple S.A.	39.550,30	117.247,50	258.654,90	480.746,60	704.317,40	756.806,60
		Simple Greedy	39.549,50	116.648,20	259.639,40	480.173,30	686.423,80	755.703,30
	Cenário 5	Livre S.A.	39.549,50	117.242,80	252.504	420.717,60	556.967,20	632.278,60
		Livre Greedy	39.550,20	117.242,70	252.843,80	415.370,10	553.070,80	624.277,90

Um fato importante a ser observado é a cobertura efetiva no posicionamento das antenas. Como a alocação de antenas pode ter inúmeras soluções, caracteriza-se como um problema da classe NP. Neste caso, a metaheurística se utiliza de uma informação para convergir para uma boa solução (no caso esta informação é o modelo de cobertura de sinal), pois dificilmente, em um tempo computacional polinomial, encontrará uma solução ótima a medida que o número de antenas aumenta. É o que ocorre com a área de cobertura efetiva e a área de cobertura final encontrada. Como os algoritmos são parametrizáveis, com um número maior de iterações, os resultados poderiam chegar a soluções ainda melhores. Entretanto, neste trabalho pretende-se validar o modelo de cobertura, interessando o comportamento da metaheurística diante desta proposta.

A área efetiva compreende o posicionamento das antenas sem que haja sobreposições entre elas, portanto, para saber a área de cobertura basta somar as áreas das antenas, não sendo necessária a utilização do modelo matemático. A área efetiva considerando antenas com raios iguais e diferentes pode ser observada na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Área de cobertura efetiva (m<sup>2</sup>) considerando o posicionamento das antenas sem sobreposições.

Raios	Número de Antenas					
	10	15	20	25	30	35
Raios Iguais	314.000	471.000	628.000	785.000	942.000	1.099.000
Raios Diferentes	39.643	117.358	259.835	486.700	817.578	1.272.093

Analisando a Tabela 5.8, observa-se que com o posicionamento de 30 e 35 antenas, seria possível cobrir uma área maior que 800.000m<sup>2</sup>, porém, como esta cobertura não considera sobreposições entre as antenas, não teria-se uma área de cobertura homogênea, ou seja, várias regiões desta área ficariam sem cobertura e não apenas as extremidades como é mostrado nas Figuras 5.22 e 5.23.

Na Figura 5.20 é representado os dados das Tabelas 5.7 e 5.8, considerando somente antenas de mesmo alcance (raios iguais). Nela ilustra-se um comparativo entre a média da área de cobertura final obtida e a área de cobertura efetiva das antenas.

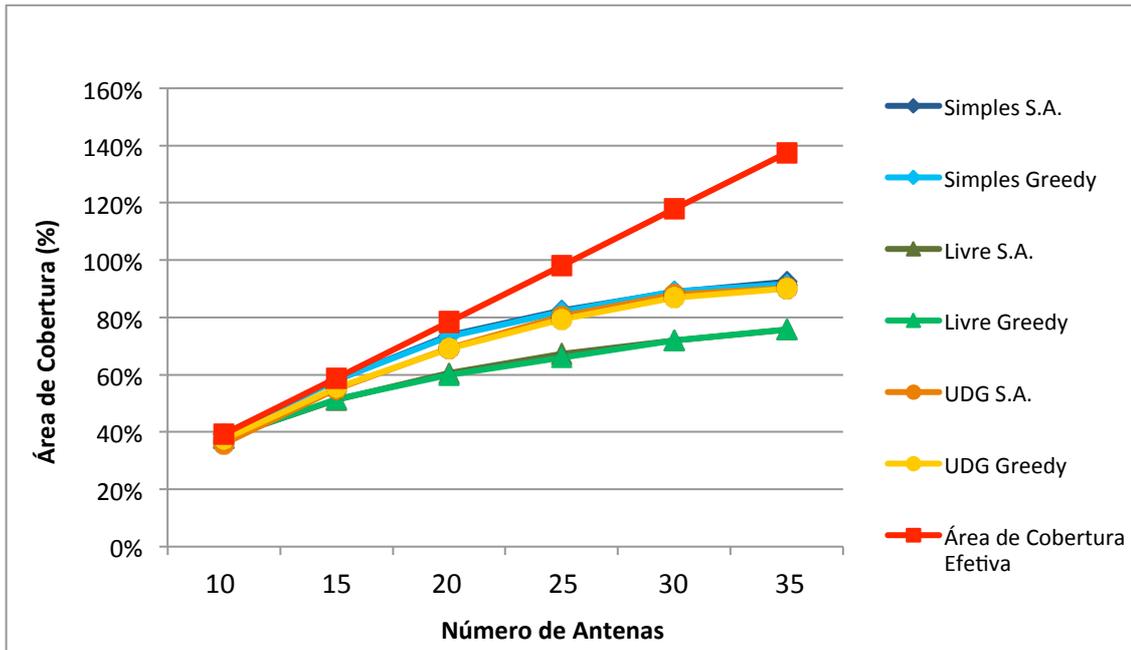


Figura 5.20: Comparativo entre os cenários 1, 2 e 3, utilizando a média dos resultados de cobertura alcançados e a área efetiva das antenas.

Na Figura 5.20 é considerado raios iguais e comparado as estratégias de perturbação simples e livre utilizando as metodologias SA Clássica e *Greedy*. Observa-se que a estratégia de perturbação livre cobre uma área menor, e isso ocorre independentemente do número de antenas posicionadas e do método de avaliação utilizado. Como mencionado, a estratégia de perturbação livre muda a posição de todas as antenas sempre que a função de custo é executada, isso faz com que mude completamente o panorama de posicionamento.

Percebe-se que o mesmo ocorre ao se comparar a estratégia de perturbação simples (SA clássica e *Greedy*) com a UDG (SA Clássica e *Greedy*), sendo que os resultados da estratégia de perturbação simples foram melhores para ambos os métodos. Já ao se comparar a estratégia de perturbação livre (SA Clássica e *Greedy*) com UDG (SA Clássica e *Greedy*), a área de cobertura com a perturbação UDG é pior apenas quando alocadas 10 antenas. A medida que cresce o número de antenas posicionadas, acima de 15 antenas, a área de cobertura se mostra mais eficiente do que na perturbação livre tanto para o método SA clássico quanto para o método *Greedy*.

De acordo com os experimentos é possível afirmar que com raios iguais a perturbação simples se mostrou mais eficiente em termos de cobertura de área e logo após a perturbação UDG quando necessita-se do posicionamento de mais de 15 antenas.

Ao comparar a média da área de cobertura final obtida com a área de cobertura efetiva das antenas, observa-se que as áreas são muito próximas quando considerado o

posicionamento de poucas antenas. O mesmo não ocorre com o posicionamento de um número maior de antenas, isso, devido a não ocorrência de vazamento de sinal e das sobreposições entre as antenas.

Os dados das Tabelas 5.7 e 5.8, considerando agora raios diferentes, são representados na Figura 5.21 na forma de um gráfico comparativo entre a média da área de cobertura final e a área de cobertura efetiva das antenas.

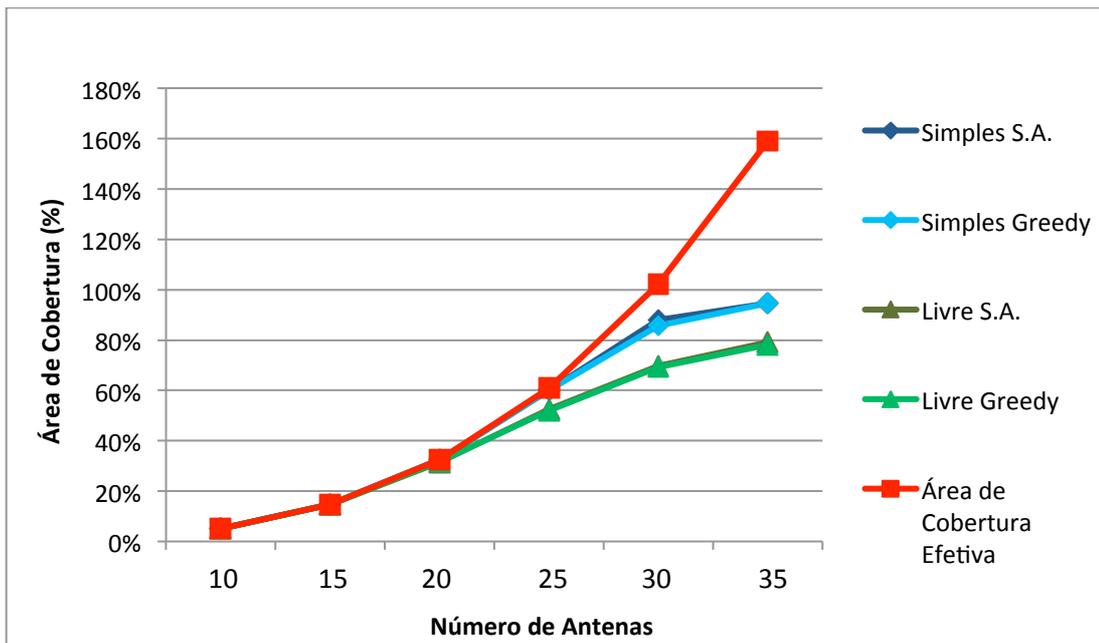


Figura 5.21: Comparativo entre os cenários 4 e 5, utilizando a média dos resultados de cobertura alcançados e a área efetiva das antenas.

Ao analisar a Figura 5.21, percebe-se que, ao comparar as estratégias de perturbação simples e livre utilizando os métodos SA clássico e *Greedy*, a perturbação simples cobre uma área maior, independente do número de antenas posicionadas e do método de avaliação utilizado. Desta forma a estratégia de perturbação simples é a mais eficiente em termos de cobertura.

Quanto à questão da área efetiva, de acordo com os cenários propostos, a área efetiva para raios diferentes é maior do que para raios iguais (descrito na Seção 5.3.1). Como mencionado, busca-se validar o modelo de cobertura de sinal, o número de iterações da metaheurística foi reduzido com o objetivo principal de observar a convergência da cobertura.

Ao comparar a média da área de cobertura final obtida com a área de cobertura efetiva das antenas, considerando agora antenas com diferentes alcances, observa-se novamente que as áreas são muito próximas quando considerado o posicionamento de poucas antenas. O que

não ocorre com o posicionamento de um número maior de antenas, devido a não ocorrência de vazamento de sinal e das sobreposições entre as antenas.

A convergência da Metaheurística *Simulated Annealing* com vistas aos diferentes cenários pode ser melhor visualizada através da Ferramenta AP desenvolvida especialmente para a resolução deste problema. Nela apresenta-se o posicionamento físico e o relatório final (anexo A) com as informações das áreas das antenas. Abaixo são ilustradas as Figuras 5.22 e 5.23, as quais mostram o posicionamento inicial das antenas (todas no mesmo centro) e o posicionamento final após a execução da Metaheurística.

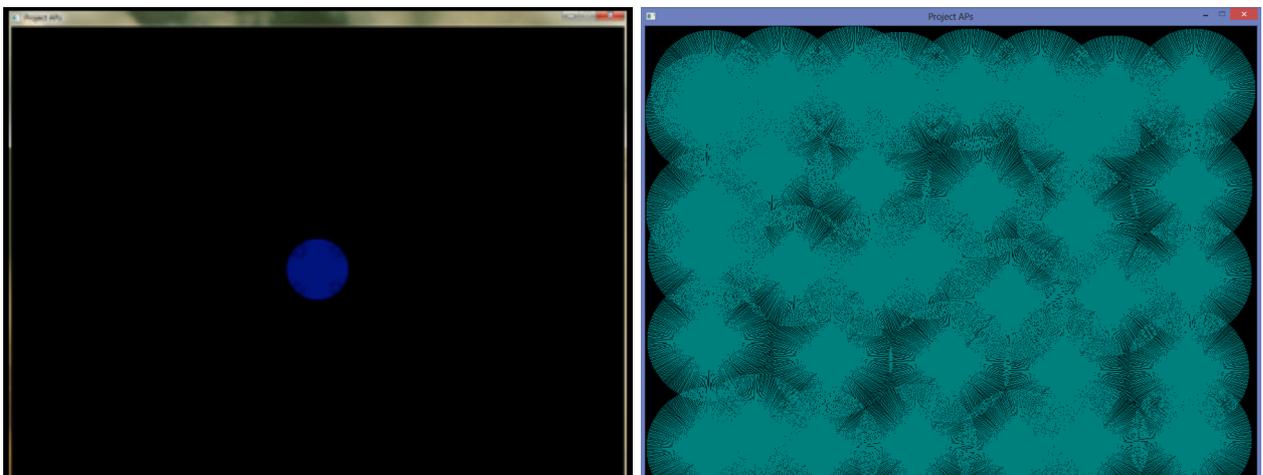


Figura 5.22: Posicionamento inicial e final de 35 antenas com raios iguais, perturbação simples e método *Greedy*.

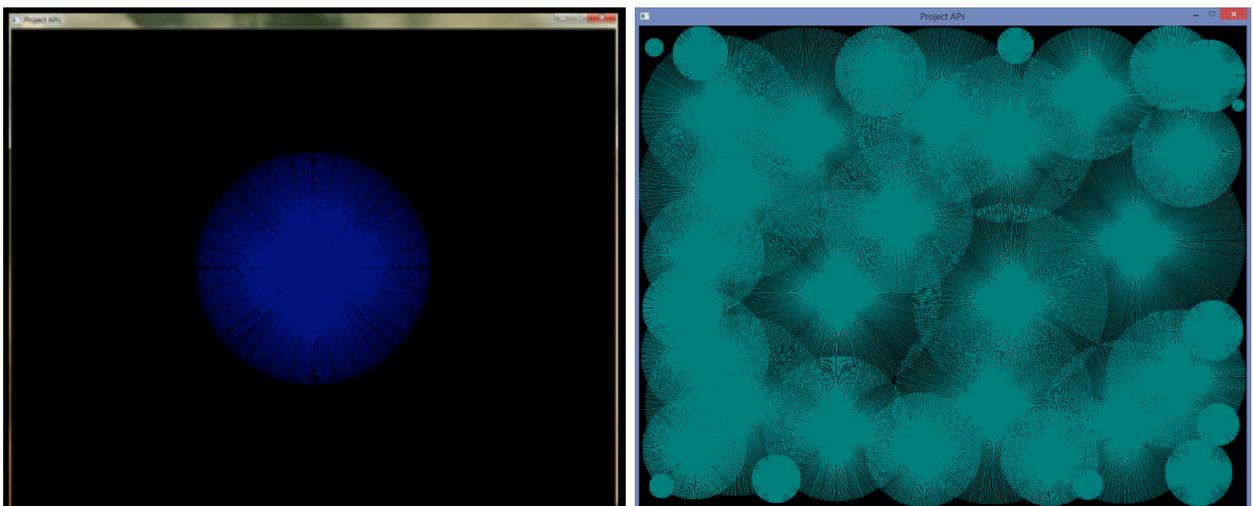


Figura 5.23: Posicionamento inicial e final de 35 antenas com raios diferentes, perturbação simples e método SA Clássico.

## 5.5 Resumo

Este trabalho tem seu foco em um ambiente bidimensional, onde as antenas propagam seu sinal sem nenhuma atenuação, ou seja, não existem barreiras que dificultem a passagem do sinal. Percebe-se que a posição de cada antena é representada pelo centro e a propagação do sinal pelo raio de um círculo.

A área de cobertura compreende a ocupação do sinal das antenas em uma determinada área. O modelo matemático para encontrar esta área foi obtido através do uso de integrais e encontra-se na equação (5.16).

Para a realização das simulações e extração dos resultados experimentais foram criados cinco cenários, todos eles considerando a área a ser coberta, o número de antenas e o alcance de sinal de cada antena. Utilizou-se como padrão para todos os cenários uma área com necessidade de cobertura equivalente a  $800.000\text{m}^2$ . Trabalhou-se com antenas de propagação de sinal iguais (raios iguais) e também com antenas com propagação de sinal de diferentes alcances (raios diferentes).

Nos cenários, percebe-se uma variação referente ao método de avaliação e tipo de perturbação. O método de avaliação trata da forma como a metaheurística vai interpretar o modelo matemático de cobertura de sinal proposto por este trabalho. Utilizou-se uma avaliação gulosa (*Greedy*) que aceita sempre resultados melhores do que o anterior e também uma estratégia baseada no método clássico de cristalização de metais (têmpera simulada, SA) ou *Simulated Annealing*, o qual considera a temperatura como um dos critérios para aceitar uma nova solução. Já o tipo de perturbação é a forma como as antenas trocam de posição. Nesse caso, as perturbações podem ser simples, livre e baseada em UDG. A troca simples permite que apenas uma antena troque de posição quando solicitado; a troca livre permite que todas as antenas troquem de posição ao mesmo tempo quando solicitado e a troca baseada em UDG é similar a simples, entretanto, a antena não pode sair da sobreposição de outra antena.

Em cada cenário utilizou-se seis grupos de simulação contendo, respectivamente, 10, 15, 20, 25, 30 e 35 antenas. Para cada teste foram realizadas 5 repetições, sendo a média dos resultados analisada e avaliada, testando a convergência da Metaheurística perante a área de cobertura.

É importante ressaltar que o processo de cobertura inicia com todas as antenas posicionadas no mesmo centro, caracterizando-se no pior caso de cobertura. Com o início das

simulações, o modelo matemática de cobertura de sinal informa para a função de custo a situação das antenas, a fim de convergir para uma boa solução.

A convergência da metaheurística *Simulated Annealing* (KIRKPATRICK et al. 1983) perante a área de cobertura, busca validar o modelo matemático utilizando-o em sua função de custo. A implementação dessa metaheurística utiliza dois parâmetros, SA Clássica e *Greedy*. Para ambos os parâmetros, o modelo gerado tem o objetivo de compor suas funções de custo, a fim de calcular a área de cobertura dos sinais em um determinado momento. Como o processo é dinâmico, a cada iteração da metaheurística, o novo cenário é avaliado, buscando convergir para uma boa solução em termos de cobertura.

Quanto aos resultados experimentais, pode-se dizer que em todos os cenários a metaheurística *Simulated annealing*, para ambos métodos de avaliação e tipos de perturbação, apresentou uma boa convergência quanto ao posicionamento das antenas, pois percebe-se que quanto mais antenas alocadas maior é a área de cobertura.

Nos cenários 1, 2 e 3, caracterizados pelas antenas de raios iguais, é possível afirmar que a perturbação simples se mostrou mais eficiente em termos de cobertura de área e logo após a perturbação UDG quando necessita-se do posicionamento de mais de 15 antenas. Já nos cenários 4 e 5, com antenas de raios diferentes, a perturbação simples se mostrou novamente a mais eficiente em termos de cobertura.

Um fato importante a ser observado é a cobertura efetiva no posicionamento das antenas. Na maioria dos testes a área de cobertura efetiva é maior do que a área de cobertura final encontrada. Isso ocorre, pois o algoritmo é parametrizável, sendo que com um número maior de iterações, os resultados poderiam chegar a soluções ainda melhores. Entretanto, neste trabalho pretende-se validar o modelo de cobertura, interessando o comportamento da metaheurística diante desta proposta.

## 6. Conclusões e Trabalhos Futuros

Nos últimos anos a indústria da comunicação móvel vem se desenvolvendo em ritmo acelerado, sendo esta uma tendência que deve continuar a crescer nos próximos anos. Não somente no ramo da telefonia, mas em tecnologias com suporte à mobilidade em geral. Pois tais equipamentos se tornaram menores, mais confiáveis, com interfaces mais inteligentes e, principalmente, mais baratos.

O crescimento expressivo de dispositivos móveis, aliado a busca constante pela informação, criou um novo paradigma, a Internet Móvel. Mas, para se tirar proveito de todas essas facilidades providas pelos dispositivos móveis é necessário que a maioria dos locais estejam com cobertura de sinal. Para isso, a instalação de infraestruturas de redes sem fio passa a ser fundamental. Entretanto, a implantação não é uma tarefa simples quando nos deparamos com ambientes complexos, pois torna necessário um estudo detalhado do ambiente antes do posicionamento das antenas, o que dificilmente ocorre, sendo o processo realizado *in loco* por meio de tentativa e erro.

Neste contexto, o principal objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático para encontrar a área de cobertura de sinais em redes sem fio. Considerou-se como exemplo, as antenas Omnidirecionais com iguais e diferentes alcances. Como forma de validação deste modelo utilizou-se a Metaheurística *Simulated Annealing*, a qual avaliou o modelo por meio de duas estratégias; SA Clássica e *Greedy*. Testando, neste caso, a convergência da cobertura para a validação do modelo matemático proposto.

Após o entendimento do problema e também da estrutura da metaheurística *Simulated Annealing* utilizada para resolução do mesmo, buscou-se definir um modelo matemático capaz de calcular a área de cobertura do sinal das antenas e gerar informações relevantes para a convergência da metaheurística. Ao executar a metaheurística, o modelo matemático é calculado sempre que uma antena mudar de posição. Inicialmente, para a formulação do modelo, tinha-se optado pelo somatório da área de sobreposição, entendendo que quanto menor a sobreposição de sinais maior a área coberta. Entretanto, tal formulação não mostrou-se eficiente, pois além de complexa, a convergência da metaheurística gerou péssimos resultados.

Partiu-se então para o cálculo da área de cobertura considerando o uso de integrais definidas, levando-se em conta a periferia/fronteira dos sinais, sendo que o resultado final do modelo foi a junção de vários círculos, formando uma espécie de nuvem. O desafio foi criar e

calcular a área de cobertura destas nuvens somente pela coordenada do centro e raio das antenas. O modelo gerado tem o objetivo de compor a função de custo da metaheurística, a fim de calcular a área de cobertura dos sinais em um determinado momento. Como o processo é dinâmico, a cada iteração da metaheurística, o novo cenário é avaliado, buscando convergir para uma boa solução em termos de cobertura.

A Metaheurística *Simulated Annealing* foi implementada utilizando, além do método de avaliação SA Clássico, uma forma gulosa (*Greedy*), caracterizando assim duas soluções possíveis, fortalecendo a validação do modelo matemático proposto. Foram elaboradas três estratégias de perturbação nominadas de simples, livre e baseadas em UDG. O modelo desenvolvido permitiu que a metaheurística atuasse com antenas de alcances diferentes, o qual o difere da maioria dos trabalhos relacionados.

Para validação do modelo foram criados cinco cenários. Divididos conforme o tipo de perturbação, método de avaliação e raios. Desenvolveu-se uma ferramenta computacional em linguagem C++ que incorporou todos os cenários das simulações, métodos de avaliação, estratégias de perturbação e interface gráfica.

Os resultados experimentais mostraram que o modelo matemático de cobertura de sinal proposto nesta dissertação, auxilia na convergência da metaheurística para ambos os cenários avaliados, ou seja, para ambas as metodologias de avaliação e tipos de perturbação utilizados. Esta convergência esta relacionada com a quantidade de área de cobertura, percebe-se que quanto mais antenas forem utilizadas maior será a área de cobertura.

Quanto aos métodos de avaliação, o SA Clássico comparado com o *Greedy*, se mostrou mais eficiente em termos de cobertura, em 66,7% de todos os testes realizados. Considerando o posicionamento de poucas antenas (10, 15 e 20 antenas), os métodos se equivalem, pois o método SA Clássico se mostrou melhor em 53,3% dos testes e o *Greedy* em 46,7%. Mas, considerando o posicionamento de mais antenas (25, 30 e 35 antenas), o método SA Clássico se destaca, pois é mais eficiente em termos de cobertura em 86,7% dos testes, restando 13,3% ao *Greedy*. Isso ocorre, pois o método *Greedy* pode tomar algumas decisões precipitadas no momento da avaliação da função de custo, assim pode ficar preso em mínimos locais.

Nos cenários 1, 2 e 3, caracterizados pelas antenas de raios iguais, é possível afirmar que a perturbação simples se mostrou mais eficiente em termos de cobertura de área e logo após a perturbação UDG quando necessitar-se do posicionamento de mais de 15 antenas. Já nos cenários 4 e 5, com antenas de raios diferentes, a perturbação simples se mostrou novamente a mais eficiente em termos de cobertura. Isso ocorre, pois a estratégia livre muda

completamente o panorama de cobertura a cada perturbação, o que torna mais complicada a convergência, já a estratégia baseada em UDG não se mostrou muito eficiente por talvez, apresentar uma única forma de sobreposição, cobrindo desta forma uma área menor.

Para os cenários criados, conclui-se também que a cobertura é melhor quando utilizado antenas de diferentes raios, independente do método utilizado, pois com elas consegue-se cobrir melhor as extremidades da área desejada para cobertura. Por exemplo, a área de cobertura considerando raios iguais, perturbação simples e método SA Clássico, foi em média 92,49%, já considerando o mesmo método e perturbação, porém raios diferentes a área de cobertura foi em média 94,60%.

Quanto a futuros trabalhos que possam dar continuidade a esta investigação, fica as seguintes sugestões:

- Acrescentar barreiras físicas na área a ser coberta;
- Permitir um limite de vazamento de sinal, melhorando desta forma a cobertura da área;
- Aplicar o modelo considerando outras formas de área, tanto áreas regulares quanto irregulares;
- Utilização de outras técnicas de otimização.

## Referências Bibliográficas

ARROYO, J. E. C.; MARQUES, T. B. **Heurística Grasp Aplicado ao Problema de Alocação de Antenas de Transmissão**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 38. 2006, Goiânia: SbpO, 2006. p. 1345 – 1356.

BECCENERI, José Carlos. **Meta-heurísticas e Otimização Combinatória: Aplicações em Problemas Ambientais**. Disponível em: [http://www.lac.inpe.br/ELAC/arquivos/MiniCurso\\_02ELAC2012.pdf](http://www.lac.inpe.br/ELAC/arquivos/MiniCurso_02ELAC2012.pdf). Acesso em: 24 ago. 2012.

BIEMBENGUT, M. S. **Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**. Anais: XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM). Recife, 2011.

BLANC, Leandro; **Participação de dispositivos móveis na internet brasileira cresceu 300% em um ano**. Disponível via WWW em <<http://i.ndigo.com.br/2012/08/participacao-de-dispositivos-moveis-na-internet-brasileira-cresceu-300-em-um-ano/>>. Acesso em dezembro de 2012.

BLUME, Evandro. **Algoritmo de Otimização Paralelo: um Modelo Proposto e Implementado**. 2002. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação), Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2002.

BORGES, S. et al. **Ferramenta Computacional para Alocação de Pontos de Acesso Wireless Utilizando Algoritmos Genéticos**. In: Engenharia de Produção: Expansão com Qualidade e Interface com o Mercado, 2001, São João del Rei: EMEPRO, 2001.

BOULOS, P. **Cálculo Diferencial e Integral**. Vol I, 1ª ed, São Paulo: Makron Books, 1999.

BURAK, D. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com a modelagem matemática**. Pró-Mat Paraná, Curitiba, v.1, nº1, p.32-41,1998.

CASTRO, B. S. L. **Modelo de Propagação para Redes Sem Fio Fixas na Banda de 5.8 GHz em Cidades Típicas da Região Amazônica**. Dissertação (pós-graduação em Engenharia Elétrica), Universidade Federal do Pará. Belém, 2010.

CERNY, V. **Thermdynamical Approach to the Traveling Salesman Problem: An Efficient Simulation Algorithm**. Journal of Optimisation Theory and Applications, n. 45, 1985. p. 41-51.

CHEVALLARD, Y. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Trad. Daysy Vaz de Niraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CORMEN, T. H. et al. **Algoritmos: teoria e prática**. Rio de Janeiro: Campus, 2002.

CORRÊA, U.; PINTO, A. R.; FERREIRA, D. J.; CODAS, A.; MONTEZ, C. **Redes Locais Sem Fio: Conceito e Aplicações**. In: UPF. (Org.) 4a Escola Regional de Redes de

Computadores. 2006, v. 1, p. 1 - 41. Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/errc/2006/018.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2012.

COSTA FILHO, P.A. e POPPI, R.J. **Algoritmo genético em química**. Química nova, Campinas, 1998.

DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms**, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

FEO, T. A.; RESENDE, M.G.C. **A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem**. Operations Research Letters, 8: 67–71, 1989.

FERREIRA, M. C. **Análise e Complexidade de Algoritmos**. 2010. Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/54775294/Algoritmos-Gulosos>>. Acesso em: 7 nov. 2012.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computer sand Intractability**. [S.l.]: W. H. Freeman, 1979.

GAST, M. S.; LOUKIDES, M. **802.11 wireless networks: the definitive guide**. O'Reilly & Associates, Inc. Sebastopol, CA, USA, 2002.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmo**. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GRANVILLE, V; KRINAVEK, M.; RASSON, J. P. **Simulated Annealing: A proof of convergence**. IEEE T. Pattern Anal. Vol. 16. Number 6. 1994.

HILLS, A. **Large-scale wireless LAN design**. IEEE Communications Magazine 39 (2001), 98\_104.

JOHANN, Marcelo De Oliveira. **Estrutura de Roteamento em Circuitos VLSI**. Dissertação (Pós-Graduação em Ciência da Computação), Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1997.

JOHNSON, D.S.; MCGEOCH, L. A.. **The traveling salesman problem: A case study in local optimization**. In (E.H.L. Aarts and J.K. Lenstra, eds). Local Search in Combinatorial Optimization, Wiley & Sons. New York, 1997.

KIRKPATRICK, S., GELATT, Jr. C. D. and VECCHI, M. P. **Optimization by Simulated Annealing**. Science, n. 220, 1983, p. 671 – 680.

KITTEL, C.; KROEMER, H. **Thermal Physics**, 2nd ed., Freeman & Co.: New York, 1980.

KNUT, D. E. **The Art of Computer Programming**. Addison-Wesly Professional, vol. 1-3 Boxed Set, 2a ed., 1998.

KUHN, Fabian; WATTENHOFER, Rogert; ZOLLINGER, Aaron. **Ad-hoc networks beyond unit disk graphs, Proceedings**. DIALM-POMC '03 Proceeding softhe 2003 joint workshop on Foundationsof mobile computing, Pages, 69-78, ISBN 1-58113-765-6.

LIBRINO, F.; LEVORATO, M.; ZORZI, M. **An algorithmic solution for computing circle intersection areas and its applications to wireless communications**; In: 7th International Symposium on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc, and Wireless Networks, 2009. WiOPT 2009.

LUCAS, D.C. **Algoritmo Genético**: uma introdução. Apostila elaborada sob a orientação de Luís Otávio Alvares, para a disciplina de Ferramentas de Inteligência Artificial. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Março, 2002.

LUKE, Sean. **Essentials of Metaheuristics**, Online Version 1.3. February, 2012. Disponível em: <<http://cs.gmu.edu/~sean/book/metaheuristics/Essentials.pdf>> Acesso em: 11 out. 2012.

MACHADO, E. L.; PEDROSO, J. **Proposta de uma Rede de Dados de Baixo Custo Visando a Inclusão Digital**. Projeto Final de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica), Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2005.

MARTINS, Renato Lúcio. **QRP**. 2003. Disponível em: <<http://www.qsl.net/py2rlm/index.html>>. Acesso em: 14 set. 2012.

MAUDONET, Roger Luporini. **Estudo Comparativo entre Redes Sem Fio e Redes Cabeadas**. Jaguariúna, 2007.

METROPOLIS, W. et al. **Equation Of State Calculations by Fast Computing Machines**. Journal of Chemical Physics, v. 21, 1953. p.1087-1092.

NAKAMURA, F. G. **Planejamento Dinâmico para Controle de Cobertura e Conectividade em Redes de Sensores Sem Fio Planas**. 2003. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

NEGAHDAR, M. ARDEBILIPOUR, M. MAPAR, M. **Adaptive method for decreasing over-covered areas in Wireless Sensor Networks**. In: The Fourth International Conference on Wireless and Mobile Communications, 2008.

PACHECO, M.A.C. **Algoritmo genético**: princípios e aplicações. ICA – Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada. Rio de Janeiro, 1999.

PINHEIRO, José Mauricio Santos. **Redes Móveis Ad Hoc**. 2005. Disponível em: <[http://www.projeteredes.com.br/artigos/artigo\\_redes\\_moveis\\_ad\\_hoc.php](http://www.projeteredes.com.br/artigos/artigo_redes_moveis_ad_hoc.php)>. Acesso em: 15 jan. 2012.

PERES, André, **Mecanismo de Autenticação Baseado na Localização de Estações Sem Fio Padrão IEEE 802.11**, Tese de Doutorado. UFRGS, 2010.

REEVES, C. R. **An Improved Heuristic for the Quadratic Assignment Problem**. Journal of the Operation Research Society. v.36, 1985. p. 163 – 167.

RIOS, Luis Gonzaga; PERRI, Eduardo Barbosa. **Engenharia de Antenas**. São Paulo: Edgard Blucher, 1982.

RODRIGUES, W. C. de J.; SANTOS, E. F. de. **Site survey: mapeamento, detecção de vulnerabilidades e análise de sinal de redes sem fio**. *Exacta*, São Paulo, v.5, n.1 p.69-78, jan./jun. 2007.

SANTOS, D. L. dos. **Redes Infra-estrutura**. SENAC – Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial. Governador Valadares, 2007. Disponível em: <<http://www.profallan.com/profallan.com/tp.pdf>>. Acesso em: 25 nov. 2012.

SCHILLING, D. A.; ROSING, K. E.; REVELLE, C. S. **Network Distance Characteristics that Affect Computational Effort in p-Median Location Problems**. *European Journal of Operational Research*, p.525-536, 2000.

SELADA, Rodrigo Sastre Cordeiro. **Redes Wireless de Banda Larga**. Dissertação (Mestrado em Informática), Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. Vila Real, 2008.

SILIPRANDE, M. D.; CORTES, J. M. R. **Problema de Localização de Antenas de Transmissão Para Internet a Rádio no Município de Itaperuna**. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 28. 2008, Rio de Janeiro. Problema de Localização de Antenas de Transmissão Para Internet a Rádio no Município de Itaperuna. Rio de Janeiro: Enegep, 2008. p. 1 - 11.

SOARES, L. F. G.; LEMOS, G.; COLCHER, S. **Redes de Computadores: Das LANs, MANs e WANs às Redes ATM**. Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1995, 554p.

SOUSA, Lindeberg Barros de. **Redes de computadores: dados, voz e imagem**. Ed. Erica, São Paulo, 2002, 484p.

TOSCANI, L; VELOSO, P. A. Complexidade de Algoritmos. Vol 13. 3a Edição. Série Livros Didáticos, UFRGS, 2012.

VASCONCELOS, Geovane Vitor. **Especificação de Componentes para Modelagem de Redes Locais de Computadores Sem Fio Padrão IEEE 802.11**. Dissertação (pós-graduação em Informática), Universidade Federal de Campina Grande. Paraíba, 2002.

WANG, X.; ZHANG, S. **Research on Efficient Coverage Problem of Node in Wireless Sensor Networks**; In: Second International Symposium on Electronic Commerce and Security, 2009. ISECS '09.

### Anexo A – Relatório Final do Posicionamento das Antenas

A Ferramenta AP, desenvolvida especialmente para a resolução do problema da área de cobertura dos sinais das antenas, após a execução da metaheurística *Simulated Annealing*, apresenta o posicionamento das antenas, visto nas Figuras 5.22 e 5.23, e o relatório final do posicionamento das antenas, o qual segue abaixo:

Número de Antenas: 25

Antena	X	Y	Raio
0	282,00	538,00	10,00
1	361,00	293,00	15,00
2	384,00	170,00	20,00
3	608,00	187,00	25,00
4	827,00	30,00	30,00
5	165,00	648,00	35,00
6	568,00	290,00	40,00
7	119,00	675,00	45,00
8	817,00	224,00	50,00
9	764,00	71,00	55,00
10	211,00	565,00	60,00
11	95,00	723,00	65,00
12	525,00	650,00	70,00
13	898,00	204,00	75,00
14	454,00	198,00	80,00
15	291,00	539,00	85,00
16	146,00	426,00	90,00
17	896,00	108,00	95,00
18	376,00	373,00	100,00
19	332,00	186,00	105,00
20	702,00	676,00	110,00
21	762,00	247,00	115,00
22	878,00	501,00	120,00
23	630,00	129,00	125,00
24	396,00	620,00	130,00

Áreas

Total:	800000
Inicial:	53066,00
Cobertura Efetiva:	486700,00
Coberta:	419433,00
Não Coberta:	380567,00

Este relatório apresenta o número de antenas posicionadas, o valor do raio e a coordenada  $(x, y)$  do centro de cada uma delas. Apresenta também as áreas calculadas, como: área inicial, área de cobertura, área que faltou cobrir e a área de cobertura efetiva das antenas.

## **Anexo B – Publicações Relacionadas com a Dissertação**

### **B.1 Resumos Publicados em Anais de Congressos**

1. VLIEGER, M.T.; SAUSEN, P. S.; SAWICKI, S. *Um Modelo Matemático para a Detecção da Área de Cobertura de Sinais em Redes Sem Fio*. In: XXXIV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2012, Águas de Lindóia - SP.
2. VLIEGER, M.T.; SAUSEN, P. S.; SAWICKI, S. *Modelagem Matemática na Alocação de Antenas Wireless*. In: II Congresso Internacional de Educação Científica e Tecnológica. Santo Ângelo- RS. II CIECITEC, 2012.
3. VLIEGER, M.T. ; SAUSEN, P. S. ; RECKZIEGEL, C. ; SAWICKI, S. ; SAUSEN, A. T. Z. R. . *Detecção da Área de Cobertura em Redes Wireless usando à Metaheurística Simulated Annealing*. In: Salão do Conhecimento - Tecnologia social, Sustentabilidade, Erradicação da pobreza. Santa Rosa – RS, 2012.

### **B.2 Artigo Submetido**

1. Foi submetido um artigo científico a Revista Ensino de Ciências e Tecnologia.